Hansruedi Kaiser

Bausteine für ein Konzept zur Förderung alltagsmathematischer Kompetenz

Teil 1
Alltagsmathematik – eine Einführung
Aktuelle Kursbeispiele

Teil 2
Didaktisches Begleitmaterial

SVEB
FSEA

Schweizerischer Verband für Weiterbildung
Fédération suisse pour la formation continue
Federazione svizzera per la formazione continua
Swiss Federation for Adult Learning

Schweizerischer Verband für Weiterbildung
Oerlikonerstrasse 38
8057 Zürich

Im Auftrag des Staatsekretariats
für Wirtschaft SECO

Schweizerische Eidgenossenschaft
Confédération suisse
Confederazione Svizzera
Confederaziun svizra

Eidgenössisches Volkswirtschaftsdepartement EVD
Staatssekretariat für Wirtschaft SECO

Vorwort

In unserer Wissensgesellschaft ist Bildung eine zentrale Ressource auf dem Arbeitsmarkt. Dies zeigt sich am steigenden Bildungsniveau der Erwerbsbevölkerung, an der starken Zuwanderung an hoch qualifizierten Arbeitnehmenden in den letzten Jahren, aber leider auch an der hohen Zahl an gering Qualifizierten unter den Stellensuchenden.

Viele gering Qualifizierte weisen grosse schulische Lücken auf. Es ist wichtig, dass sie in Bezug auf die Anforderungen des Arbeitsmarktes gefördert werden. Viele gering Qualifizierte besuchen Sprachkurse, die auf die kommunikativen Anforderungen am Arbeitsplatz ausgerichtet sind, oder Fachkurse, in denen sie berufsbezogenes Wissen erwerben. Vergessen wird jedoch oft, dass in vielen Branchen gering Qualifizierte auch in der Lage sein müssen, mit Zahlen, Grafiken oder Plänen umzugehen. Dies gilt beispielsweise sowohl für den Verkauf, die Pflege, die Gastronomie und auch für handwerkliche Berufe.

Die mathematischen Herausforderungen, die sich gering Qualifizierten im Berufsleben stellen, unterscheiden sich manchmal stark von jenen Aufgaben, die sie als Lernende im Schulzimmer bewältigen mussten. Hier setzt die Alltagsmathematik (englisch: *numeracy*) an: Sie geht von den Bedürfnissen der Lernenden im (Berufs-)Alltag aus und bietet didaktische Instrumente an, welche bei der Förderung mathematischer Kompetenzen die schulischen und soziokulturellen Voraussetzungen von gering Qualifizierten in besonderer Weise berücksichtigen.

Mit *Bausteine für ein Konzept zur Förderung alltagsmathematischer Kompetenz* liegt nun eine Grundlage vor, auf der die Entwicklung und Durchführung alltagsmathematischer Förderangebote aufbauen kann.

Diese Publikation richtet sich sowohl an Vertreter der Arbeitsmarktbehörde als auch an Projekt- und Kursleitende in Bildungs- und Beschäftigungsangeboten. Sie wurde in Zusammenarbeit mit den Arbeitsmarktbehörden der Kantone Aargau und Waadt erarbeitet. Dabei wurden wissenschaftliche Erkenntnisse zur alltagsmathematischen Förderung als auch die langjährigen Erfahrungen von Anbietern arbeitsmarktlicher Massnahmen berücksichtigt.

Ich bin überzeugt, dass Bildungsanbieter mit dieser Publikation ein Instrument in die Hand erhalten, das ihnen hilft, Schulungewohnte gezielt zu fördern und nachhaltig in den Arbeitsmarkt zu integrieren.

Tony Erb

Staatssekretariat für Wirtschaft

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung

Die Kompetenz im Bereich Alltagsmathematik wird in der Schweizer Auswertung der Studie „Adult Literacy and Lifeskills“ (ALL) wie folgt definiert: „Die notwendigen Kenntnisse und Fähigkeiten, um mit den mathematischen Belangen aller Probleme des täglichen Lebens zweckmässig umgehen zu können.“ Gemäss dieser Definition ist die Kompetenz Alltagsmathematik also mehr als reines Schulwissen, mehr als das Beherrschen von Rechenoperationen. „Man begreift sie vielmehr als etwas, das im Laufe der Erfahrung auf die Persönlichkeit zugeschnitten wurde und sich, angereichert durch pragmatische Methoden, Schritt für Schritt seinen Weg bahnt zwischen abstraktem Wissen und konkreten Problemen“.

Seit dem Erscheinen der ALL-Studie im Jahr 2005 ist die Förderung von Grundkompetenzen von Erwachsenen öffentlich in den Fokus gerückt. Im Kompetenzbereich Alltagsmathematik schneidet die Schweiz unter den Test-Ländern am besten ab. Es muss aber festgestellt werden, dass 8,6 Prozent der schweizerischen Wohnbevölkerung zwischen 20 und 64 Jahren, also mehr als 400'000 Personen, grosse Schwierigkeiten haben, einfache mathematische Konzepte anzuwenden. Wer einfachste Rechenaufgaben nicht lösen kann, ist sowohl im Alltag wie auch im Berufsleben stark eingeschränkt.

Der Gruppe der Personen mit Rechenschwäche gehören gemäss den Auswertungen der ALL-Studie vor allem Personen an, welche aufgrund soziodemographischer Risikofaktoren wie „tiefer Bildungsstand“, „soziale Herkunft“ oder „Immigrationsstatus“ besonders gefährdet sind. Von Rechenschwäche überproportional betroffen sind entsprechend Personen ohne nachobligatorische Ausbildung. Jede fünfte Person mit dieser Qualifikation befindet sich auf dem tiefsten Niveau. Kommt noch der Faktor „Fremdsprachigkeit“ hinzu, ist es bereits jede zweite Person. Entsprechend weist auch ein grosser Teil der wenig qualifizierten Stellensuchenden Defizite im Bereich Alltagsmathematik auf. Die ALL-Studie zeigt zudem, dass viele dieser Personen mit hoher Wahrscheinlichkeit auch Probleme in den anderen Grundkompetenzbereichen wie z.B. Lesen und Schreiben haben.

Stark steigende Anforderungen - kaum Weiterbildungsangebote

Durch den fortschreitenden technologischen Wandel steigen die Anforderungen in Arbeitsmarktsegmenten, in denen „wenig Qualifizierte“ arbeiten, stetig an. „Einfache Arbeiten“, welche praktisch keine Anforderungen an die Arbeitskräfte stellen, gibt es immer seltener. Die Stärkung der Grundkompetenzen wird dadurch zu einer notwendigen Voraussetzung für eine nachhaltige Eingliederung von wenig Qualifizierten in den Arbeitsmarkt. Dabei geht es nicht nur um die unmittelbare Bewältigung von (neuen) Aufgaben im beruflichen und privaten Alltag. Der Erwerb von Grundkompetenzen ermöglicht auch erst den Zugang zu einer weiterführenden Weiter- und/oder Ausbildung und damit zu einer Höherqualifizierung.

Der aufgrund der oben beschriebenen Ausgangslage (theoretisch) hohe Bedarf an Weiterbildung im Bereich Alltagsmathematik hat bisher noch zu keiner grossen Nachfrage nach Lernangeboten geführt. Dies hat unter anderem mit der sog. „Unsichtbarkeit der Alltagsmathematik“ zu tun: alltagsmathematische Fragestellungen im beruflichen und privaten Kontext werden nicht als solche erkannt (vgl. hierzu Kap. 2.2.2). Dies führt dazu, dass auch der Förderbedarf nicht sichtbar wird. Weiter ist das Thema Alltagsmathematik ähnlich wie der Grund-kompetenzbereich „Lesen und Schreiben“ mit einem Stigma belegt. Es ist für die Betroffenen nicht einfach, offen über ihre Rechenschwäche zu sprechen.

Entsprechend der tiefen Nachfrage ist das bestehende Kursangebot für Erwachsene, die ihre Mathematikkenntnisse auffrischen möchten, sehr klein. Im Verhältnis zum übrigen Weiterbildungsangebot in der Schweiz ist das Angebot im Bereich Alltagsmathematik marginal. Eine Angebotsanalyse des SVEB aus dem Jahre 2007 zeigt, dass in der Deutschschweiz Angebote zur Förderung alltagsmathematischer Kompetenz ausschliesslich in den grossen Städten bestehen. Erwachsene, welche in ländlichen Regionen leben, haben keinen adäquaten Zugang zu Lernangeboten im Bereich Mathematik. Im Rahmen der arbeitsmarktlichen Massnahmen (AMM) konzentrieren sich die Weiterbildungsangebote im Bereich Alltagsmathematik mehrheitlich auf die Romandie.

Die bestehenden Kurse werden zwar mit hoher Professionalität konzipiert und durchgeführt, sind aber aufgrund eines fehlenden Referenzrahmens untereinander nicht vergleichbar. Im Gegensatz zur Sprachförderung sind im Bereich Alltagsmathematik zudem konzeptionelle Grundlagen und didaktische Instrumente Mangelware. Dies erschwert den Aufbau von neuen, dringend notwendigen Weiterbildungsangeboten erheblich.

Zweck dieses Dokuments

Ziel des vorliegenden Dokuments ist es, eine erste Grundlage für die Entwicklung des Kompetenzbereichs Alltagsmathematik in der Schweiz zu legen. Der Titel *„Bausteine für ein Konzept zur Förderung alltagsmathematischer Kompetenz“* weist darauf hin, dass es sich hierbei nicht um ein fertiges Rahmenkonzept handelt. Vielmehr werden im vorliegenden Papier vorhandenes Grundlagenwissen, bestehende Erfahrungen von Schweizer Anbietern sowie didaktisches Material zur Förderung von alltagsmathematischen Kompetenzen in einem Dokument zusammengefasst. Dieses soll insbesondere Organisatoren und Kursleitern von Weiterbildungsangeboten im Rahmen arbeitsmarktlicher Massnahmen dabei unterstützen (Weiter-)Entwicklungen in Bereich Alltagsmathematik zu starten. Selbstverständlich kann das Dokument auch von Personen und Organisationen, welche ausserhalb der arbeitsmarktlichen Massnahmen tätig sind, genutzt werden.

Inhalt

In Kapitel 2 „Alltagsmathematik“ wird einleitend aufgezeigt, was unter Alltagsmathematik verstanden werden sollte – und was nicht. Mit fünf Beispielen aus dem beruflichen Alltag wird verdeutlicht, wo alltagsmathematische Fragestellungen auftauchen und welche Verfahren zur Lösung derselben verwendet werden können. In Kapitel 2.6 unternimmt der Autor einen Versuch, die wesentlichen Elemente alltagsmathematischer Kompetenz in einem einheitlichen Raster darzustellen und dadurch fassbarer zu machen. Das resultierende Kompetenzprofil Alltagsmathematik unterscheidet zwischen fünf Kompetenzbereichen und ordnet diese in fünf sog. M-Stufen ein. Das Kompetenzprofil kann als Input für die kontextspezifische Entwicklung von unterschiedlichen Lernangeboten verwendet werden.

In Kapitel 2 „Aktuelle Kursbeispiele“ werden drei bestehende Lernangebote zur Förderung alltagsmathematischer Kompetenzen detailliert dokumentiert und miteinander verglichen. Die drei Angebote der Anbieter CIP Tramelan (Berner Jura), Retravailler CORREF (Lausanne) sowie Stollenwerkstatt und LernWerk (Aargau) unterscheiden sich bezüglich der Ziele, des Kursaufbaus, den Inhalten sowie der eingesetzten Didaktik. Mit den drei Beispielen wird aufgezeigt, wie mit einer optimalen Anpassung der formalen und inhaltlichen Ziele des Kurses sowie der Form der Interaktion mit den Lernenden auf die unterschiedlichen Bedürfnisse der Lernenden eingegangen werden kann.

Das Kapitel 3 „Didaktisches Begleitmaterial“ richtet sich an Kursleiter. Hier sind Texte und Instrumente zusammengestellt, welche verschiedene Fragen im Zusammenhang mit der Förderung alltagsmathematischer Kompetenz aufgreifen. Das Kapitel 4.3 „Situatives Problemlösen“ formuliert z.B. Grundlagen für das Suchen eines Wegs zur Lösung eines alltagsmathematischen Problems. Und das Kapitel 4.4 „Verstehen von Konzepten fördern“ greift die Thematik der „drei Welten der Mathematik“ vertieft auf. Das Kapitel schliesst mit einer Sammlung von Materialien und Literaturhinweisen.

2. Alltagsmathematik

2.1 Einleitung

Die folgenden Texte stellen eine Sammlung von Instrumenten dar, die helfen sollen, das Phänomen „Alltagsmathematik“ (engl. numeracy) zu fassen. Sie sind aufeinander bezogen, aber so geschrieben, dass jeder Text auch für sich allein gelesen werden kann. Dadurch ergeben sich gewisse Überschneidungen, die sich im Dienst der Lesbarkeit nicht vermeiden lassen.

„Alltagsmathematik – versteckt aber wichtig“ (Kap. 2.2) ist ein kurzer Text über die Bedeutung und die Facetten der Alltagsmathematik. Er ist dazu gedacht, Personen in einer beratenden oder begleitenden Funktion für das Thema zu sensibilisieren.

„Alltagsmathematische Beispiele“ (Kap. 2.3) versucht anhand von fünf Beispielen aus dem beruflichen Alltag zu illustrieren, in welchen Lebenssituationen man auf Alltagsmathematik stossen kann und welche Eigenschaften alltagsmathematische Verfahren haben.

„Sprachförderung und Alltagsmathematik: Ein Vergleich“ (Kap. 2.4) stellt die Alltagsmathematik dem besser bekannten Bereich der Sprachförderung gegenüber. Vor diesem Hintergrund werden ein paar wichtige Unterschiede sichtbar.

„Drei Welten, vier Bedürfnisse“ (Kap. 2.5) umreisst kurz, welche Förderziele im Bereich Alltagsmathematik unterschieden werden können. Daraus lassen sich drei verschiedene Kursformate ableiten, welche sich je nach Ziel einsetzen lassen.

„Kompetenzprofil Alltagsmathematik“ (Kap. 2.6) stellt einen Entwurf dar zur Beschreibung alltagsmathematischer Kompetenzbereiche. Dieses bietet eine gute Grundlage, um mit Personen in ein differenziertes Gespräch über ihre Kenntnisse und Fertigkeiten im Bereich Alltagsmathematik einzutreten.

Das Bedürfnis, die alltagsmathematischen Kompetenzen einer Person einzuschätzen, kann zu verschiedenen Zeitpunkten auftreten.

- **Wahrnehmung eines Bedarfs:** Wenn es darum geht, zusammen mit einer Person, welche man begleitet oder berät, einzuschätzen, ob die Teilnahme an einem entsprechenden Angebot sinnvoll wäre.
- **Abklärung beim Eintritt:** Wenn es darum geht, zusammen mit einer Person, welche neu an einem Angebot teilnimmt, abzuschätzen, welche Ziele und welche Inhalte sinnvollerweise angegangen werden sollen.
- **Dokumentation des Erreichten:** Wenn es darum geht, zusammen mit einer Person festzuhalten, welche Ziele sie bis zu diesem Zeitpunkt erreicht hat.

Das Kompetenzprofil kann zu allen drei Zeitpunkten eingesetzt werden. Alltagsmathematische Kompetenz ist aber ein komplexes und vielschichtiges Phänomen und entzieht sich einer einfachen Diagnose. Das Kompetenzprofil kann zwar eine differenzierte Auseinandersetzung im Gespräch unterstützen, diese aber nicht ersetzen.

2.2 Alltagsmathematik – versteckt aber wichtig

2.2.1 Was die Forschung sagt

Die Forschung ist sich weltweit einig:

- Fertigkeiten im Umgang mit Zahlen, Daten, Graphiken, Tabellen, Plänen etc. sind am Arbeitsplatz unerlässlich und ihre Bedeutung wird mit der weiteren technologischen Entwicklung noch zunehmen.[1] (Australien)
- Personen mit Defiziten im Bereich Mathematik haben oft mehr Schwierigkeiten im Berufsleben als Personen mit Defiziten im Bereich Sprache. Sie verdienen weniger und finden weniger oft eine Vollzeitstelle.[2] (England)
- Die Kompetenzen im Bereich Alltagsmathematik sind bei etwa 8 Prozent der Schweizer Erwachsenen so tief, dass diese Schwierigkeiten mit den Anforderungen des täglichen Lebens in einer hoch entwickelten Gesellschaft haben dürften.[3] (Schweiz)

Oder kurz zusammengefasst: Schwächen im Bereich Alltagsmathematik (engl. numeracy) – d.h. lebensweltbezogener Umgang mit Zahlen, Daten, Graphiken, Tabellen, Plänen – sind genauso verbreitet und genauso problematisch wie die viel häufiger diskutierten Schwächen im Bereich Lesen und Schreiben.

2.2.2 Ein verstecktes Problem

Dass Schwächen im Bereich Alltagsmathematik im Vergleich zu sprachlichen Defiziten eher weniger Beachtung finden, wird ebenfalls durch die Forschung weltweit beobachtet. Es macht das (Schlag-)Wort von der „Unsichtbarkeit der Alltagsmathematik“ die Runde.

Der Hauptgrund dafür dürfte sein, dass in vielen Abläufen des beruflichen und des privaten Alltags „Mathematisches“ so nahtlos eingebettet ist, dass der Einsatz der entsprechenden Fertigkeiten nicht bewusst wahrgenommen wird: Ein rascher Blick auf einen Bauplan vor dem Zusammensetzen eines Möbels; ein kurzes Abschätzen, ob der Spaghettivorrat im Küchenschrank für den erwarteten Besuch ausreicht – wer denkt da schon an Mathematik? Alltagsmathematik unterscheidet sich oft so stark von der „offiziellen“ Mathematik, der Schulmathematik, dass sie gar nicht als Mathematik erkannt wird.

Ein weiterer Grund für die relative Unsichtbarkeit der Alltagsmathematik dürfte darin bestehen, dass Personen mit Schwierigkeiten in diesem Bereich noch viel seltener nach gezielter Unterstützung suchen, als dies bei Sprachproblemen der Fall ist. Da das Ausüben von Mathematik oft mit der Vorstellung einer speziellen Begabung verknüpft wird, werden entspre-

---

[1] „Numeracy skills are vital in the workplace context and will become more so because of the increasing use of technology.“, Marr, B. & Hagston, J. (2007). Thinking beyond numbers: Learning numeracy for the future workplace (Adult Literacy National Project Report). Adelaide SA: National Centre for Vocational Education Research.

[2] Bynner, J. & Parsons, S. (2000). The Impact of Poor Numeracy on Employment and Career Progression. In C. Tikly & A. Wolf (Eds.), The Maths We Need Now: Demands, deficits and remedies (pp. 26-51). London: Institut of Education, University of London.

[3] Notter, P., Arnold, C., von Erlach, E. & Hertig, P. (2006). Lesen und Rechnen im Alltag. Grundkompetenzen von Erwachsenen in der Schweiz. Neuchatel: Bundesamt für Statistik.

chende Schwierigkeiten schnell einmal mit fehlender Begabung begründet. Und da Begabung etwas ist, das man nicht verändern kann, sehen die betroffenen Personen wenig Sinn darin, an ihrer mathematischen Kompetenz zu arbeiten.

2.2.3 Mehr als Rechnen

Zur Unsichtbarkeit der Alltagsmathematik trägt auch der Umstand bei, dass die meisten Personen bei diesem Begriff zuerst einmal nur ans Rechnen denken: Die Person im Service, welche den Preis für zwei Bier und drei Kaffee zusammenrechnen muss, wird meist als erstes und oft einziges Beispiel genannt. „Die angemessene Anwendung von Wissen und Können im Umgang mit Zahlen, Grössen und Mengen“[4] spielt aber in einem deutlich breiteren Spektrum von unterschiedlichsten Alltagssituationen eine wichtige Rolle.

Einerseits ist das Rechnen nur eine von vielen Fertigkeiten, welche im alltagsmathematischen Rahmen von Bedeutung sein können, wie *Tab. 1* zeigt.

Kompetenz-bereich	**Beispiele für Fertigkeiten (ohne Anspruch auf Vollständigkeit)**
Zahl und Variable	• Rechnen mit und ohne Taschenrechner • Allgemeines Gefühl für Zahlen, für negative und positive Zahlen, für Prozentwerte, für Verhältnisse, für Brüche etc. • Gefühl für die Grössenordnung möglicher Resultate einer Berechnung
Form, Raum und Zeit	• Umgang mit Plänen, Karten, Fahrplänen etc. aller Art • Aus einem Plan auf das Abgebildete schliessen • (Massstabsgetreue) Pläne oder Skizzen anfertigen
Grösse und Masse	• Vertrautheit mit Massen für Volumen, Gewicht, Zeit, Geschwindigkeit, Geld etc. inklusive sprachlicher Bezeichnungen wie "Mega", "Kilo", "Dezi", "Centi" und "Milli“. • Umrechnung zwischen verschiedenen Einheiten • Gefühl für sinnvolle Genauigkeit; sinnvolle Schätzungen vornehmen können
Funktionale Zusammenhänge	• Umgang mit Wertetabellen und grafischen Darstellungen von Funktionen • Einfache Berechnungen und Abschätzungen zu Proportionalitäten
Stichproben und Zufall	• Umgang mit Tabellen und Grafiken • Gefühl für Wahrscheinlichkeiten und Wissen darüber, wo das Gefühl trügen kann • Verständnis für die Aussagekraft von Stichproben

Tab. 1: Bereiche alltagsmathematischer Kompetenzen

Anderseits sind mehr als nur diese Fertigkeiten vonnöten, um diese aktiv nutzen zu können. (vgl. *Abb. 1*):

[4] Notter, P., Arnold, C., von Erlach, E. & Hertig, P. (2006). Lesen und Rechnen im Alltag. Grundkompetenzen von Erwachsenen in der Schweiz. Neuchâtel: Bundesamt für Statistik; S. 11.

Problemlösen: Damit man von einer Aufgabe nicht einfach überwältigt wird, sondern diese strukturiert angehen kann, sind bewusst einsetzbare Problemlösungsstrategien wichtig.

Transfer und Anwendung: Jede berufliche Handlungssituation ist in ihrer Art einmalig. Fertigkeiten und Wissen lassen sich daher nie genau „nach Rezept“ einsetzen, sondern ihr Einsatz muss immer der Situation angepasst werden.

Selbstvertrauen: Eine zentrale Rolle spielt das Selbstvertrauen. Damit man eine Aufgabe überhaupt anpackt, muss man sich zutrauen, diese zu bewältigen. Gerade bei wenig Qualifizierten ist das dazu notwendige Selbstvertrauen häufig unterentwickelt. Ihnen fehlen weder das notwendige Wissen noch die notwendigen Fertigkeiten. Vielmehr trauen sie sich einfach nicht zu, ihr Wissen bzw. ihre Fertigkeiten einzusetzen und eine Lösung zu versuchen.

Selbstständigkeit: Auch bei einer bereits gut entwickelten alltagsmathematischen Kompetenz wird man immer wieder mit neuen Herausforderungen konfrontiert. Diese Herausforderungen kann man nur meistern, wenn man bis zu einem gewissen Grad in der Lage ist, selbstständig weiterzulernen, die eigene Kompetenz selbstständig weiterzuentwickeln.

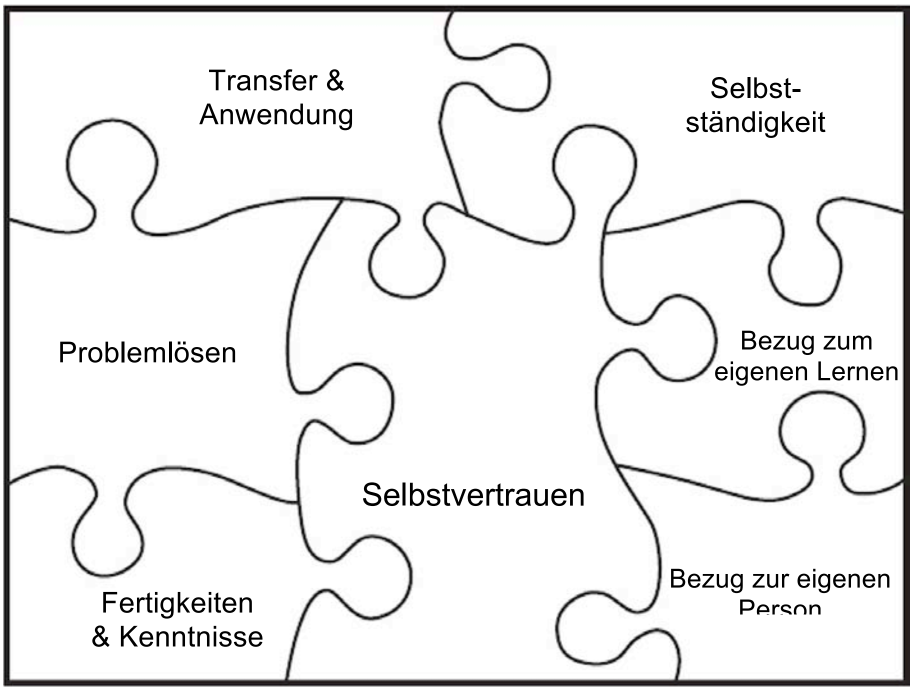


Abb. 1: Puzzleteile eines ganzheitlichen Kompetenzkonzepts[5]

Bezug zum eigenen Lernen: Sich selbst weiterzuentwickeln setzt voraus, dass man eine Vorstellung davon hat, wie man selbst am besten lernt, welche Unterstützung man braucht etc.

Bezug zur eigenen Person: Damit all diese verschiedenen Komponenten zusammenwirken können, muss die ganze Person dahinter stehen. Effizientes Lernen und überzeugtes Han-

[5] Marr, B., Helme, S. & Tout, D. (2003). Rethinking Assessment. Strategies for holistic adult numeracy assessment. A resource book for practioners, policy makers, researches and assessors, Language Australia; S. 4.

deln ist nur dann möglich, wenn man zwischen dem was zu Lernen und zu Tun ist sowie den eigenen Zielen und Werten eine Verbindung herstellen kann.

2.2.4 Warnsignale

Es ist nicht ganz einfach zu erkennen, ob eine Person im Bereich Alltagsmathematik einer gezielten Förderung bedarf.

Wegen der „Unsichtbarkeit der Alltagsmathematik“ bringt es wenig, die Person ganz allgemein nach entsprechenden Schwierigkeiten im privaten oder beruflichen Alltag zu fragen. Es ist unwahrscheinlich, dass sie darauf eine klare Antwort geben kann.

Ebenfalls nicht sehr nützlich sind kleine Rechentests oder Ähnliches, denn zwischen solch eher „schulmathematischen“ Testaufgaben und der tatsächlich benötigten Alltagsmathematik besteht oft ein grosser Unterschied. Aus der Forschung sind viele Beispiele dafür bekannt, dass Personen, welche ihren Alltag mathematisch sehr gut bewältigen, grosse Schwierigkeiten haben, fast identische Aufgaben in einem schulischen Kontext zu lösen – und umgekehrt.

Am meisten erfährt man über einen allfälligen Förderbedarf in einem gezielten Interview, in dessen Verlauf man die oben aufgeführten Kompetenzbereiche der Reihe nach durchgeht. Man erfragt dabei, wie viel Erfahrung die Person im entsprechenden alltagsmathematischen Bereich vorweisen kann, wie oft dieser im beruflichen Alltag vorkommt und wie sicher sich die Person dabei fühlt.

Im Kompetenzbereich „Zahl und Variable“ könnte eine solche Befragung ganz konkret wie folgt aussehen:

- In welchen Situationen haben Sie in Ihrer Arbeit mit Zahlen zu tun?
    - Müssen Sie etwas zählen oder abzählen?
    - Müssen Sie Zahlen ablesen?
    - Müssen Sie Zahlen aufschreiben?
    - Müssen Sie etwas berechnen?
- Wie häufig kommen diese Situationen vor?
- Gehen Sie solchen Situationen aus dem Weg?
- Wie gehen Sie in diesen Situationen genau vor?
- Wie sicher fühlen Sie sich dabei?
- Wie gross ist der Schaden, wenn Ihnen ein Fehler passiert?

Förderbedarf besteht, wenn entsprechende Situationen häufig vorkommen und wenn sich die Person dabei unsicher oder unwohl fühlt.

2.3 Alltagsmathematische Beispiele

2.3.1 Wechselgeld abzählen

Eine vertraute Situation: Ein Kunde hat für 26.65 Fr. eingekauft und bezahlt mit einer 50-Franken-Note. Die Verkäuferin zählt das Wechselgeld ab, indem sie bei 26.65 Fr. beginnt und Geldstück um Geldstück hinzufügt, bis 50 Franken erreicht sind: „26.65, 26.70, 26.80, 27, 28, 30, 50!"

Dieses Vorgehen illustriert die typischen Merkmale von Alltagsmathematik: Die „Mathematik" ist mit einer bestimmten Tätigkeit eng verwoben und es werden geschickt die Eigenarten der konkreten Situation genutzt, um Berechnungen zu erleichtern und Fehler zu vermeiden. Das Abzählen des Wechselgeldes auf die beschriebene Art ist deutlich weniger fehleranfällig als die Berechnung des Betrages durch die Subtraktion „50.00 - 26.65". Zudem lässt die Berechnung durch Subtraktion immer noch die Frage offen, wie denn der resultierende Betrag von 23.35 Fr. aus den zur Verfügung stehenden Geldstücken zusammengesetzt werden kann. Das traditionelle Abzählen kombiniert beide Aufgaben auf effiziente Art und Weise.

Heute erübrigt sich zwar oft die Berechnung der Differenz, da dies von der Kasse übernommen wird. Der zweite Schritt - die Zusammensetzung des Betrags mit den zur Verfügung stehenden Geldstücken - muss aber immer noch durchgeführt werden. Sollten zudem gerade die Fünffrankenstücke ausgegangen sein, ist dafür eine gewisse Routine im Umgang mit Zahlen nötig.

2.3.2 Kosten für eine Pizza aufteilen

Kauft man sich zu Dritt an einem Stand eine grosse Pizza für 16.90 Fr. und isst sie gemeinsam, dann gibt es verschiedene Möglichkeiten, die Kosten aufzuteilen.[6] Eine Variante wäre: Jeder gibt einmal 5.- Fr. Damit liegen schon 15.- Fr. auf dem Tisch. Gibt jeder noch 50 Rappen dazu, werden 16.50 Fr. erreicht. Und legt nun jeder noch 20 Rappen drauf, ist die Pizza bezahlt – mit einem kleinen Trinkgeld.

Auch hier gilt, dass das Verfahren im Vergleich zur Division „16.90 : 3" relativ robust und fehlersicher. Zudem können dabei jederzeit soziale Aspekte der Situation mit berücksichtigt werden: Sei es, dass jemand aus irgendwelchen Gründen in der Schuld der anderen beiden steht und gleich zu Beginn 10.- Fr. in die Mitte legt; sei es, dass einer der Beteiligten an diesem Tag (oder immer) etwas knapp bei Kasse ist und sich die beiden anderen die nach der ersten Runde verbleibenden 1.90 Fr. teilen etc. Auch dieses Beispiel illustriert, dass gute alltagsmathematische Verfahren immer intensiv mit verschiedensten Aspekten der konkreten Situation verwoben sind.

[6] Johnston, B., Baynham, M., Kelly, S., Barlow, K., & Marks, G. (1997). Numeracy in Practice. Effective Pedagogy in Numeracy for Unemployed Young People (Research Report). Sydney: Centre for Language and Literacy, University of Technology.

2.3.3 Eine Infusion ansetzen

Pflegende stehen manchmal vor folgender Aufgabe: Der Arzt oder die Ärztin gibt vor, wie viel Milligramm eines Wirkstoffs eine Patientin in Form einer Infusion erhalten sollte – z.B. 200 mg. Zur Verfügung stehen standardisierte Packungen, die jeweils z.B. 120 mg Wirkstoff in 2 ml Flüssigkeit gelöst enthalten. Sie müssen sich nun beim Vorbereiten der Infusion überlegen, wie viele Packungen sie benötigen, um die vorgegebene Menge Wirkstoff zu erreichen.

Beobachtungen[7] zeigen, dass Pflegende dabei oft wie folgt vorgehen: Ausgehend von dem Zahlenpaar auf der Packung (z.B. 20 mg in 10 ml) bilden sie vor ihrem inneren Auge zwei parallele Skalen etwa nach folgendem Modell:

20 mg	10 ml
10 mg	5 ml
5 mg	2.5 ml
1 mg	0.5 ml
0.5 mg	0.25 ml

Tab. 2: Modell einer parallelen Skala

Wird nun z.B. eine Dosis von 5 mg verlangt, springen sie auf beiden Skalen gleichzeitig in die entsprechende Richtung. Dabei machen sie rechnerisch einfache Sprünge, also etwa von 20mg/10ml zu 10mg/5ml (halbieren) und dann zu 5mg/2.5ml (nochmals halbieren).

Auf diese Art können sie schnell und mit grosser Sicherheit und Zuverlässigkeit die jeweils benötigte Flüssigkeitsmenge bestimmen.

2.3.4 Querwind berechnen

Um sicher landen zu können, müssen Piloten wissen, wie stark der Seitenwind bei der Landung sein wird. Ist er zu stark, so können sie nicht sauber aufsetzen. Zu Berechnung der Stärke des Seitenwindes sind verschiedene Angaben notwendig: Die geographische Ausrichtung der Landebahn können die Piloten ihrem Flugplatzhandbuch entnehmen. Vom meteorologischen Dienst erfahren sie die aktuelle Windrichtung und Windstärke.

---

[7] Hoyles, C., Noss, R. & Pozzi, S. (2001). *Proportional Reasoning in Nursing Practice.* Journal for Research in Mathematics Education 32(1): S. 4-27.

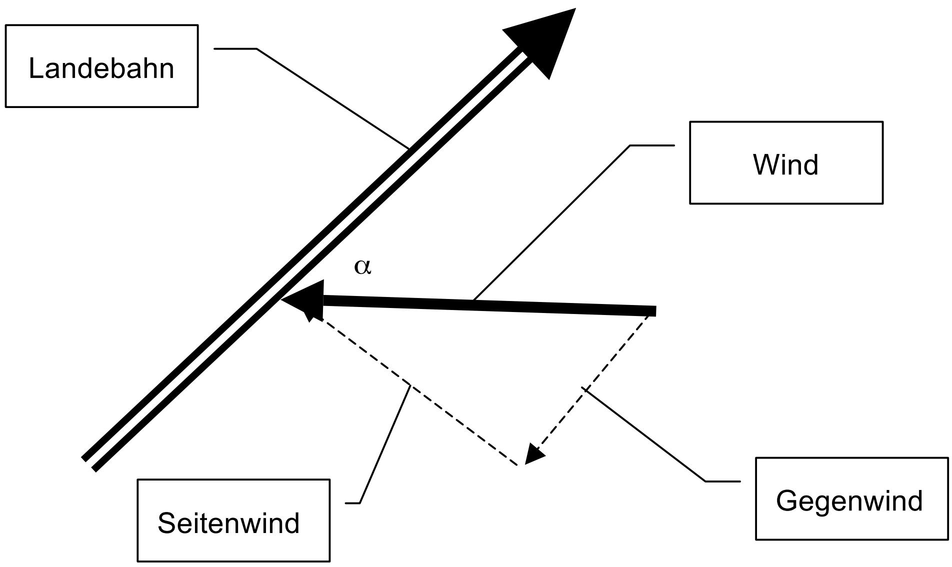


Abb. 2: Zu beachtende Variabeln für eine sichere Landung

Da beim Fliegen kaum Zeit für komplizierte Rechnungen besteht, hat sich als Näherung folgendes Verfahren herausgebildet:

- Ist der Winkel zwischen der Landerichtung und der Windrichtung (α) grösser als 60°, dann nehmen die Piloten an, der Seitenwind sei praktisch gleich stark wie der Gesamtwind. Damit überschätzen sie den Seitenwind etwas. Der Fehler ist allerdings nicht goss, denn bei einem Winkel von 60° macht der Seitenwind bereits über 86% des Gesamtwindes aus. Mit zunehmendem Winkel wird der Fehler noch kleiner.
- Ist der Winkel kleiner als 60°, so rechnen sie für jedes Grad 1/60 der Gesamtwindstärke. Mit diesem Verfahren unterschätzen sie den Seitenwind meist etwas. Die Schätzung weicht aber nie um mehr als 10% vom richtigen Wert ab.
- Zum Rechnen nehmen sie ihre Uhr zur Hilfe: 60° setzen sie einem vollen Umlauf ums Zifferblatt (60 Minuten) gleich. 45° sind drei Viertel, wie leicht zu erkennen ist. Also entspricht bei 45° die Stärke des Seitenwindes etwa drei Viertel jener des Gesamtwindes.

2.3.5 Einen Laster beladen

In der Schweiz darf ein beladener Laster höchstens 40 Tonnen wiegen. Bei 12 Tonnen Eigengewicht kann man also maximal 28 Tonnen Sand, Kies oder nasse Erde etc. aufladen. Auf der Baustelle liegt die Verantwortung, dass dieses Gewicht nicht überschritten wird, beim Baggerfahrer. Dieser muss also abschätzen, wie viele Tonnen er mit jeder Schaufel aufládt.

Dass dies nicht ganz einfach ist, zeigen die Stichproben der Strassenpolizei, bei denen immer wieder überladene Laster entdeckt werden. Ein besonders krasser Fall war ein Laster, der mit 60 (!) Tonnen Gesamtgewicht unterwegs war. Von der Polizei angewiesen, fuhr der

Chauffeur nichts ahnend auf die Waage – und zerstörte diese. Ein teurer Spass, da neben der happigen Busse auch die Reparaturkosten für die Waage fällig wurden.

In diesem Fall ist nicht bekannt, wie erfolgreiche Baggerfahrer, denen es gelingt, die Gewichtslimite einzuhalten, bei der Lösung dieser alltagsmathematischen Aufgabe vorgehen. Auch dies ist typisch für alltagsmathematische Verfahren. Viele davon sind so eng mit anderen Tätigkeiten verwoben, dass sie gar nicht als beschreibbare Verfahren bekannt sind und damit auch nur schwer weitergegeben werden können.

2.4 Sprachförderung und Alltagsmathematik: Ein Vergleich

Ein Vergleich zwischen den beiden Gebieten „Sprache“ und „Mathematik“ kann helfen, spezifischen Bedingungen der Kompetenzförderung im Bereich Alltagsmathematik besser herauszuarbeiten.

2.4.1 Unterschiedliche Reaktionen

Versucht man mit Personen über ihre Kompetenzen im Bereich Sprache oder Mathematik ins Gespräch zu kommen, unterscheiden sich ihre Reaktionen deutlich, je nachdem, welchen dieser Bereiche man anspricht.

1. Grössere Abwehr

Das Thema Mathematik ist für viele Menschen negativ besetzt. Oft ist die Ursache dafür eine unerfreuliche Schulkarriere, in deren Verlauf sie zur Überzeugung kamen, „mathematisch unbegabt“ zu sein. Kommen sie dann später wieder mit dem Thema Mathematik in Berührung, wehren sie ab: „Das ist nichts für mich.“

Eine solch pauschale Abwehr findet man im Bereich Sprache kaum. Die Allgemeinheit traut im Grunde jeder Person zu, dass sie lesen und (fehlerfrei) schreiben lernen kann. Hat jemandem auf diesem Gebiet Schwierigkeiten, wird von ihm oder ihr typischerweise mehr Anstrengung und mehr Üben gefordert. Bei der Mathematik hingegen herrscht eher die Vorstellung vor, dass dies etwas für einige wenige Begabte ist. Will es nicht so recht klappen, dann ist schnell die Erklärung „unbegabt“ zur Hand, und die Ansprüche werden reduziert.

Kurse im Bereich Alltagsmathematik müssen sich daher häufiger mit negativen Einstellungen auseinandersetzen als Sprachkurse.

2. Unsichtbarkeit

Fragt man Personen, ob sie im privaten und beruflichen Alltag Mathematik einsetzen, dann verneinen die meisten diese Frage. Dabei kann man dieselben Personen ohne weiteres dabei beobachten, wie sie beim Einkaufen Preise vergleichen, für ihre Diät Kalorien zählen oder aus dem Fahrplan herauslesen, wie lange eine Reise etwa dauern wird.

Alltagsmathematik ist „unsichtbar“. Findet Mathematik im Alltag statt, wird sie nicht als Mathematik wahrgenommen, sondern als gesunder Menschenverstand oder als Teil normaler Arbeitsvorgänge. Dies ganz im Gegensatz zum Bereich Sprache. Es ist kaum vorstellbar, dass jemand pauschal bestreiten würde zu lesen oder zu sprechen, wenn er oder sie das auch tatsächlich tut.

Im Gegensatz zur Vermittlung von Sprachkenntnissen ist es daher bei der Alltagsmathematik viel schwieriger, an bereits vorhandene Kompetenzen anzuknüpfen. Diese müssen erst „ausgegraben“ und für die Lernenden wahrnehmbar gemacht werden.

2.4.2 Schule und Alltag

„Mathematik wurde von Mathematikern für ihre eigenen Zwecke geschaffen, wohingegen Sprache sich ohne den Eingriff von Linguisten entwickelte.“ [8]

Ein Teil der gegensätzlichen Haltungen, welche wir bei vielen Menschen gegenüber der Sprache und der Mathematik antreffen, lässt sich darauf zurückführen, dass weder in der Schule noch in der Ausbildung oder im Berufsleben je über Alltagsmathematik gesprochen wird. Das, was normalerweise als Mathematik bezeichnet wird und wofür man „begabt“ sein muss, ist „akademische Mathematik“ und unterscheidet sich deutlich von der Alltagsmathematik.

Die Unterscheidung zwischen Alltagsmathematik und akademischer Mathematik lässt sich am einfachsten durch einen Vergleich mit einer ähnlichen Unterscheidung im sprachlichen Bereich illustrieren. Auf der einen Seite wird Sprache einfach gebraucht. Es wird geschrieben, gesprochen und gelesen. Dabei sind die Sprechenden – zumindest in ihrer Muttersprache – durchaus in der Lage, grammatikalisch korrekte Sätze zu bilden, auch wenn sie die entsprechenden Regeln nicht angeben können. Auf der anderen Seite gibt es eine explizite Auseinandersetzung mit diesen Regeln. So lernt man z.B. in der Schule den Unterschied zwischen Genitiv und Dativ. Die beiden Zugänge lassen sich kurz als Sprachhandeln und Sprachanalyse bezeichnen.

Alltagsmathematik und akademische Mathematik unterschieden sich im selben Sinn. Alltagsmathematik meint „mathematisches Handeln“, akademische Mathematik hat die Analyse von Strukturen zum Ziel.

	Handeln im vertrauten Kontext	Analysieren (auch unvertrauter Strukturen)
Sprache (Wörter, Sätze, Wendungen, Textsorten etc.)	Sprachhandeln	Sprachanalyse
Mathematik (Zahlen, geometrische Objekte, Diagramme, Tabellen etc.)	Alltagsmathematik	Akademische Mathematik

Tab 3: Vergleich Alltagsmathematik – Akademische Mathematik

[8] Papert, S. (2006) Afterword: After How Comes What. In: Sawyer, R. K.: The Cambridge Handbook of the Learning Sciences. Cambridge MA., Cambridge University Press: 531-586, S. 582 (Übersetzung H.Kaiser).

Dieser Vergleich kann helfen, die oben erwähnten Reaktionen besser zu verstehen. Offenbar haben viele Leute, wenn sie an Mathematik und an das Erlernen von Mathematik denken, das Bild eines abstrakten analytischen Zugangs vor Augen. Dieses Bild ist von den schulischen Erfahrungen im Umgang mit „akademischer Mathematik“ geprägt. Gegenüber der Sprache herrscht hingegen eine andere Einstellung vor. Hier wird eher an die Anwendung, also an den Sprachgebrauch gedacht.

Das führt dazu, dass:

- *Alltagsmathematik unsichtbar ist bzw. nicht wahrgenommen wird*, denn die Frage, ob im Alltag Mathematik angewendet wird, wird als Frage nach dem Einsatz von „akademischer Mathematik“ verstanden.
- *Mathematik negativer besetzt ist als Sprache*, denn verglichen werden „akademische Mathematik“ und Sprachhandeln. Würde man die Einstellungen zur „akademischen Mathematik“ und zur Sprachanalyse vergleichen, wären die Unterschiede vermutlich nicht sehr gross.

2.4.3 Nützliche Konzepte aus der Sprachförderung

1. „Sprechen“ lehren

Die im gemeinsamen Europäischen Referenzrahmen für Sprachen enthaltenen Kompetenzbeschreibungen[9] führen anschaulich vor Augen, dass „eine Sprache zu gebrauchen“ etwas anderes ist, als Grammatik- und Rechtschreibregeln anzuwenden. Dies gilt auch für die Alltagsmathematik. Es kann nicht das Ziel der Förderung sein, zu lehren, wie man Situationen mit Hilfe mathematischer Konzepte analysiert (etwa unter dem Motto „Alles ist Dreisatz“). Vielmehr sollen die Geförderten lernen, „mathematisch zu sprechen“, d.h. sie sollen mathematische Handlungskompetenz erwerben.

Damit ist nicht gemeint, dass die explizite Auseinandersetzung mit mathematischen Konzepten keine Bedeutung hat. In Bezug auf den Spracherwerb kann man beobachten, dass Personen, die eine Sprache nur implizit „by doing“ lernen, oft über ein gewisses Niveau nicht hinauskommen. Erst eine explizite Auseinandersetzung mit Grammatik und anderen Regeln hilft ihnen weiter. Dasselbe dürfte auch für die Mathematik gelten.

2. Alltagsmathematische „Sprachregionen“

Bei der Sprachförderung hat niemand Schwierigkeiten zu verstehen, dass etwas, das im Kontext „Deutsch“ gelernt wurde, nicht so einfach auf den Kontext „Französisch“ übertragen werden kann. Dies, obwohl von einem analytischen Standpunkt aus gesehen die beiden Sprachen nahe verwandt sind. Wir sind es gewohnt, verschiedene Sprachen und Sprachkontexte zu unterscheiden, und können einschätzen, wo ein Transfer möglich ist und wo nicht. Bei der Mathematik fällt uns dies schwerer, da hier seit langem die akademische Mathematik mit ihrem analytischen Zugang im Vordergrund steht, welche sich zum Ziel gesetzt hat, immer wieder dieselben Strukturen in einer Vielzahl von Kontexten nachzuweisen. Wer Alltagsmathematik fördern will, muss sich deshalb zuerst mit alltagsmathematischen „Sprach-

[9] Europarat (2001) Gemeinsamer europäischer Referenzrahmen für Sprachen: lernen, lehren, beurteilen. Strassburg.

regionen“ vertraut machen, zwischen denen ein Transfer nicht so einfach funktioniert. Z.B. sind das Teilen durch eine ganze Zahl, wo das Resultat kleiner ist als der Ausgangswert, und das Teilen durch einen echten Bruch, wo das Resultat grösser ist als der Ausgangswert, für viele Menschen zwei verschiedene Welten, auch wenn die akademische Mathematik in beiden Fällen von derselben Operation spricht.

2.5 Drei Welten, vier Bedürfnisse

2.5.1 Drei Welten

Ein zentrales Problem bei alltagsmathematischen Aufgaben ist, dass man sich zu ihrer Bearbeitung gleichzeitig und koordiniert in drei Welten bewegen muss:

- **Dinge:** Sofern es nicht um reine Rechnungsübungen geht, steht im Zentrum immer eine reale Aufgabe, die gelöst werden muss. Dabei geht es um reale „Dinge“. Man sollte wissen, wie viele Karotten einzukaufen sind, damit nach der Verarbeitung genügend Essen auf den Tisch kommt. Oder man möchte wissen, wie breit man einzelne Bretter zuschneiden muss, damit sie verleimt eine Platte für den Esstisch ergeben. Für die Lösung der realen Aufgabe spielt meist Vieles eine Rolle, das nichts mit Mathematik und Rechnen zu tun hat. So können etwa Bretter aus physikalischen Gründen weder beliebig dünn noch beliebig lange sein. Gerade diese aussermathematischen Aspekte können aber oft helfen, Lösungen auf ihre Plausibilität zu überprüfen.
- **Konzepte:** Die reale Aufgabe muss in ein mathematisches Modell übersetzt werden. An die Stelle bestimmter, für die Problemlösung wichtiger Eigenschaften der „Dinge“, treten Zahlen als abstrakte Grössen. Zahlen sind wie Legobausteine. Wenn man sie geschickt kombiniert, lassen sich damit reale Problemsituationen mehr oder weniger getreu abbilden. Die Zahlen haben gewisse fixe Eigenschaften. Kennt man diese, so kann man das Modell derart umformen, dass die Lösung leicht zu erkennen ist.

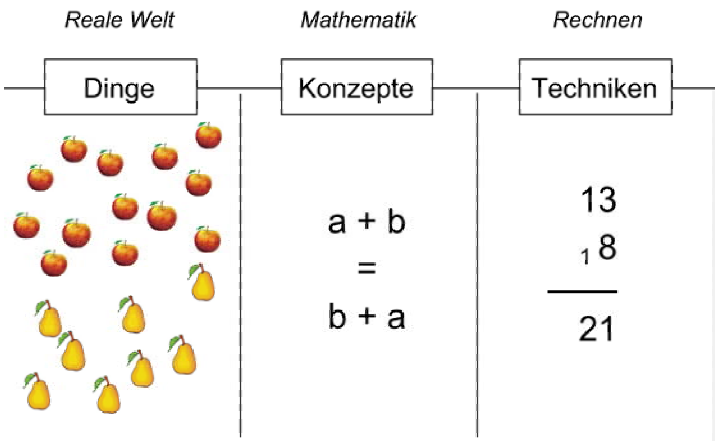


Abb. 3: Die drei Welten alltagsmathematischer Aufgaben

- **Techniken:** Als Lösungen für konkrete Probleme sind aber meist konkrete Grössen gefragt. Um diese zu errechnen, müssen deshalb die Zahlen im mathematischen Modell durch konkrete Grössen ersetzt werden. Diese werden in einer bestimmten Notation geschrieben. Abhängig von der Notation und vom gewählten mathematischen Modell lassen sich dann bestimmte Rechentechniken einsetzen, um die Grösse zu erhalten, welche der Lösung entspricht. Diese Rechentechniken sind Verfahren, welche ihre eigenen, vom gewählten mathematischen Modell unabhängigen Schwierigkeiten und Stolpersteine bergen (z.B. Zehnerübergänge).

Betreibt man Alltagsmathematik, steht man also vor vielfältigen Aufgaben. Man muss mindestens:

- jede dieser drei Welten ausreichend beherrschen (Problemlösen, Mathematisieren, Rechnen).
- die drei Welten im Rahmen einer Problemlösung koordinieren.

2.5.2 Vier Bedürfnisse

Schwierigkeiten alltagsmathematischer Natur können in jeder der drei Welten ihren Ausgangspunkt haben. Je nach Ursprung sieht eine sinnvolle Hilfestellung anders aus.

1. Situatives Problem

Hat die Schwierigkeit ihren Ursprung in der Welt der Dinge, dann steht im Zentrum das Bedürfnis, eine ganz konkrete Situation zu meistern. Es kann beispielsweise um die Frage gehen, zu welcher Zeit man von zu Hause aufbrechen muss, damit man rechtzeitig für ein Vorstellungsgespräch an einem bestimmten Ort in einer anderen Stadt eintrifft.

Ausgangspunkt ist in diesem Fall die reale Welt. Ziel ist es, genau dieses Problem in Zukunft kompetent lösen zu können. Die Problemstellung dient hier nicht als didaktischer Aufhänger, um z.B. „Fahrplanlesen“ ganz allgemein zu üben. Die Person, welche die Frage stellt, möchte eine echte Lösung erarbeiten mit allem, was dazugehört. Dazu könnte beispielsweise die Information zählen, wo man Fahrpläne erhält, aber auch das Abschätzen der für einen Fussweg benötigten Zeit mit Hilfe eines Stadtplans. Im Rahmen dieser Gesamtlösung kann es dann unter Umständen zweckmässig sein, auch ein bisschen Fahrplanlesen zu üben. Im Allgemeinen wird die Lösung aber aus einem ganzen Mix von Problemlösetechniken, Rechentechniken und Hilfsmitteln wie Tabellen etc. bestehen.

Wichtig ist deshalb, dass man in diesem Fall immer ganz nahe am Ausgangsproblem bleibt und mit der betroffenen Person zusammen eine Lösung erarbeitet, welche für sie umsetzbar ist. (Betroffen kann natürlich auch eine ganze Gruppe von Personen sein, welche sich in unterschiedlichem Ausmass mit derselben Schwierigkeit konfrontiert sehen.) Erklärungen und Übungen haben sich diesem Ziel unterzuordnen. Das für die Lösung notwendige Rüstzeug muss zusammen mit der betroffenen Person sorgfältig erarbeitet und getestet werden.

2. Konzeptionelles Problem

Hat die Schwierigkeit ihren Ursprung in der Welt der Mathematik, dann geht es darum, ein bestimmtes mathematisches Konzept zu verstehen – zum Beispiel „Prozente“.

Den Ausgangspunkt bildet in diesem Fall eine Verständnisfrage. Die Person, welche das Problem vorbringt, fühlt sich jedes Mal unsicher, wenn das entsprechende mathematische Konzept im Alltag auftritt. Natürlich kann sie Beispiele für solche Situationen nennen. Diese bilden einen guten Ausgangspunkt für eine Auseinandersetzung. Im Gegensatz zum „situativen Problem“ (vgl. 0) steht aber hier die konkrete Bewältigung dieser alltäglichen Situationen nicht im Zentrum.

In diesem Fall ist es wichtig, mit der betroffenen Person zusammen eine Darstellung des Konzepts zu erarbeiten, welche für sie fassbar ist. Eine Möglichkeit besteht darin, die Struktur des mathematischen Konzepts und das Zusammenspiel der drei Welten zu modellieren, bis ein Bild entsteht, das sich einprägt. Beim Konzept „Prozente“ kann das beispielweise ein Diagramm sein, in welchem das Verhältnis des Teils und des Ganzen sichtbar wird. Das Zusammenspiel der drei Welten würde sich dann in Regeln niederschlagen, wie man vom realen Problem zum Diagramm gelangt und wie sich daraus die notwendigen Rechenschritte ergeben.

3. Technisches Problem

Als Drittes besteht die Möglichkeit, dass der Umgang mit einem (rechentechnischen) Verfahren Schwierigkeiten bereitet. So kann es sein, dass eine Person zwar durchaus in der Lage ist, die Zutaten aus einem Kochrezept herauszulesen und die angegebenen Mengen bereitzustellen, dass sie aber Mühe hat, die Mengenangaben auf eine andere Anzahl Personen umzurechnen.

Ausgangspunkt ist in diesem Fall der Wunsch nach einem geeigneten Verfahren. Ein entsprechender Bedarf kann etwa ihm Rahmen der Bearbeitung eines situativen Problems (vgl. 2.1) auftreten, wenn einfache, massgeschneiderte Lösungen wie z.B. eine Umrechnungstabelle nicht genügen. Der Auslöser ist also meist eine spezifische Problemsituation und später wird diese auch als Prüfstein dafür dienen, ob das ausgewählte Verfahren angewendet werden kann. Die Auseinandersetzung mit dem Verfahren ist aber bis zu einem gewissen Grad losgelöst von dieser Ausgangsituation.

Kennt die Person bereits ein mathematisches Verfahren, welches für die Erarbeitung einer Lösung brauchbar ist, so macht es keinen Sinn, ihr ein neues vermitteln zu wollen. Daher ist es zuerst einmal wichtig, in Erfahrung zu bringen, was die Person schon kann. Anschliessend kann man bei Bedarf das bekannte Verfahren etwas verfeinern – oder im Extremfall durch ein effizienteres ersetzen. Danach gilt es, dieses Verfahren mit der lernenden Person so oft durchzuspielen, bis sie den Ablauf versteht und die anfänglich unvermeidbaren Anwendungsprobleme überwunden hat. Anfangs sind Hilfestellungen notwendig. Mit der Zeit sollten diese wegfallen.

4. Fehlende Automatismen

Die Schwierigkeit könnte schliesslich darin liegen, dass ein Verfahren zu wenig automatisiert ist und deshalb im Alltag nicht routinemässig angewandt werden kann. Dies ist beispielsweise der Fall, wenn einer Person das Herausgeben des Wechselgeldes an der Kasse in der Kantine Mühe bereitet.

Der Ausgangspunkt bildet in diesem Fall die fehlende Sicherheit bei einem sich wiederholenden Ablauf. Die Situation, in welcher die Fertigkeit genau eingesetzt wird – ob also das Wechselgeld in der Kantine, auf dem Markt oder an der Supermarktkasse abgezählt werden muss – ist relativ gleichgültig. Die Routine kann also unabhängig vom Anwendungskontext eingeübt werden.

Entscheidend ist hier, dass die Person zuerst einmal ein geeignetes Verfahren beherrscht (vgl. 3. Technisches Problem). Anschliessend geht es darum, anhand von geeigneten Übungen (Übungsblätter, computerbasierte Lernprogramme etc.) das Verfahren so lange zu üben, bis sich die gewünschte Sicherheit einstellt.

2.5.3 Kursformate

Die vier beschriebenen Bedürfnisse können zwar in beliebiger Zusammensetzung auftreten. Es lassen sich aber einige Zielgruppen unterscheiden, bei denen ganz klar das eine oder andere Bedürfnis im Zentrum steht. Jeder dieser Zielgruppen entspricht ein spezifisches Kursformat.

1. Automatismen erwerben

Für die Ausübung gewisser (beruflicher) Aufgaben ist das Vorhandensein einzelner Automatismen unverzichtbar. Ein gutes Beispiel für eine solche Aufgabe ist das Abzählen des Wechselgeldes im Verkauf oder im Gastgewerbe.

Personen, welchen ein zentraler Automatismus fehlt, benötigen ein Angebot, bei dem sie genau diesen Automatismus einüben können. Dabei ist vor dem Üben sicherzustellen, dass die Teilnehmenden überhaupt über ein Vorgehen verfügen, welches für die Bewältigung ihrer alltagsmathematischen Aufgabe geeignet ist. Ist dies der Fall, können die Teilnehmenden weitgehend individuell mit Hilfe von Übungsblättern oder geeigneten computerbasierten Lernprogrammen arbeiten.

Das Ziel des Kurses ist für die einzelnen Teilnehmenden erreicht, wenn Sie die nötige Routine und Sicherheit erworben haben.

2. Konkrete Aufgaben bewältigen

Oft wird das Defizit allerdings nicht so klar lokalisiert sein, sondern es besteht ein allgemeineres Bedürfnis, eine bestimmte Situation aus dem privaten oder beruflichen Alltag in ihrer Ganzheit bewältigen zu können. Ein Beispiel ist das oben erwähnte Planen einer Anreise zu einem Vorstellungsgespräch. Ein anderes Beispiel wäre die Aufgabe, als Baggerfahrer einen Laster mit Sand, Erde oder Kies zu beladen ohne ihn dabei zu überladen. Je nach Material und dessen Eigenschaften (wie Feuchtigkeit etc.) ist der kritische Punkt mehr oder weniger schnell erreicht, was auf geeignete Art berücksichtigt werden muss.

In diesem Fall werden Angebote benötigt, welche den Aufbau des nötigen alltagsmathematischen Rüstzeugs zur Bewältigung einer bestimmten Situation (oder einer Gruppe von Situationen) zum Ziel haben. Mit den Teilnehmenden werden spezifische, auf ihre persönliche Situation und ihre Möglichkeiten ausgerichtete Lösungen erarbeitet. Die Personen verbleiben so lange im Kurs, bis sie mit den entsprechenden Situationen zurechtkommen.

3. Sich auf eine Ausbildung vorbereiten

Bei den vorangegangenen beiden Angeboten steht der unmittelbare Nutzen des Erlernten im Zentrum (Gebrauchswert). Etwas anders sieht die Situation aus, wenn gewisse mathematische Kompetenzen für den Einstieg in eine Ausbildung benötigt werden. Dabei ist keineswegs immer klar, ob diese Kompetenzen einen direkten Nutzen haben. Sie werden aber als

Eintrittsticket benötigt und oft in Form von Aufnahmeprüfungen und -tests abgefragt (Tauschwert). Beispiele für Personen mit dieser Art von Bedürfnissen sind Jugendliche, welche sich im Rahmen eines Motivationssemesters auf eine bestimmte berufliche Grundausbildung vorbereiten, oder Arbeitslose, welche an einer Umschulung teilnehmen möchten, um ihre Chancen auf eine Arbeitsstelle zu erhöhen.

In diesem Fall werden Angebote benötigt, welche auf die entsprechenden Aufnahmeprüfungen bzw. die formalen Aufnahmekriterien der angestrebten Ausbildung ausgerichtet sind. Oft kann man dabei davon ausgehen, dass die Teilnehmenden zwar einiges an Vorwissen mitbringen, dass sie aber Mühe haben, die einzelnen Teile ihres Wissens zueinander in Beziehung zu setzen. Entsprechend steht die Bearbeitung konzeptioneller Probleme im Vordergrund.

Vordergründig ist das Ziel in diesem Fall erreicht, wenn die Teilnehmenden die angestrebte Aufnahmeprüfung erfolgreich bestehen. Ob man dieses Ziel erreicht, kann anhand von Simulationen der entsprechenden Prüfungen kontrolliert werden. Über die Aufnahmeprüfung hinaus geht es aber natürlich auch darum, die Teilnehmenden zu befähigen, der anschliessenden Ausbildung zu folgen. Um effektiv auf dieses Ziel hinarbeiten zu können, braucht man eine klare Vorstellung von der Art des Unterrichts in diesen Ausbildungen.

2.6 Entwurf zu einem Kompetenzprofil Alltagsmathematik

Wenn eine Person eine alltagsmathematische Situation erfolgreich bewältigen möchte, so muss sie verschiedenartige Erfahrungen, Kenntnisse und Fertigkeiten aktivieren und zusammenspielen lassen. Das Folgende ist ein Versuch, die wesentlichen Elemente alltagsmathematischer Kompetenz geordnet darzustellen. Zu diesem Zweck wurde die Darstellungsform des Kompetenzprofils gewählt. Dies hat unter anderem den Vorteil, dass dadurch der Anschluss an Projekte wie HarmoS oder die Bildungsstandards der deutschen Kultusministerkonferenz ermöglicht wird, welche ebenfalls mit Kompetenzprofilen arbeiten. Wie sich im Folgenden zeigt, führt diese Wahl jedoch dazu, dass nicht alle Aspekte alltagsmathematischer Kompetenz gleich gut darstellbar sind.

Zurzeit sind verschiedene Kompetenzprofile im Bereich Mathematik in Erarbeitung, unter anderem im Rahmen des schon erwähnten Projekts HarmoS. Grundsätzlich sollten diese verschiedenen Profile miteinander abgeglichen werden. Dies ist aber zum jetzigen Zeitpunkt nicht möglich, da etwa die für die Schweiz zentralen Resultate des Projekts HarmoS noch nicht öffentlich zugänglich sind. Das hier zusammengestellte Kompetenzprofil ist daher als Entwurf zu verstehen, der bei Gelegenheit bereinigt werden muss.

In den folgenden Abschnitten 1 bis 3 wird kurz dargestellt, welche Dimensionen im Kompetenzprofil Alltagsmathematik eingesetzt werden, um die notwendigen Kenntnisse und Fertigkeiten übersichtlich zu ordnen. Abschnitt 4 enthält einige Überlegungen zu einem sinnvollen Einsatz des Profils. Unter Abschnitt 5 finden sich schliesslich die Kann-Formulierungen des Kompetenzprofils.

2.6.1 Mögliche Ordnungsdimensionen

Die Zutaten alltagsmathematischer Kompetenz lassen sich nach verschiedensten Gesichtspunkten ordnen. Vergleicht man verschiedene aktuelle Kompetenzprofile, dann findet man mindestens folgende sechs Ordnungsdimensionen:

1. **Inhaltsbereiche**: Um welche mathematische Unterdisziplin handelt es sich?

   Beispiele: Anzahl und Menge; Form und Raum; Grössen und Masse etc.

2. **Objekte**: Wie sind die Inhalte dargestellt?

   Beispiele: Zahlen und Variablen; Formeln und Gleichungen; Diagramme und Graphiken; Tabellen etc.

3. **Tätigkeiten**: Was wird mit den so dargestellten Inhalten getan?

   Beispiele: Daten erfassen; darstellen; berechnen; argumentieren und begründen etc.

4. **Anwendungskontext**: In welchem Zusammenhang wird Alltagsmathematik betrieben?

   Beispiele: Privater Alltag; öffentliches Leben; beruflicher Alltag; Ausbildung etc.

5. **Wissensbereiche**: Welche Art von Wissen/Können ist dabei gefragt?

   Beispiele: Mathematik im engeren Sinn; Problemlösen; Reflexionswissen etc.

6. **Abstraktionsebenen:** Wie unabhängig ist das Wissen von konkreten Anwendungskontexten?

   Beispiele: Verwendung einzelner geläufiger mathematischer Elemente in einem bekannten und klar strukturierten Kontext; Verwendung auch weniger geläufiger mathematischer Elemente auch in einem komplexeren oder nicht alltäglichen Kontext etc.

2.6.2 Berücksichtigung der sechs Ordnungsdimensionen im Kompetenzprofil

Die angeführten sechs Dimensionen sind zwar alle zur Beschreibung alltagsmathematischer Kompetenz von Bedeutung. Ein Kompetenzprofil, das alle sechs Dimensionen explizit berücksichtigt bzw. miteinander kombiniert, wäre aber viel zu unübersichtlich und in der Praxis kaum anwendbar. Das hier vorgestellte Profil arbeitet deshalb mit nur einer einzigen Dimension. Diese Reduktion wurde auf zwei Arten erreicht:

- Die Dimensionen 1) Inhaltsbereiche, 2) Objekte, 3) Tätigkeiten sind in eine einzige Dimension zusammengefasst.
- Die Dimensionen 4) Anwendungskontext, 5) Wissensbereiche, 6) Abstraktionsebenen werden im folgenden Leitfaden zum Gebrauch des Kompetenzprofils implizit berücksichtigt.

2.6.3 Grundlagen

1. Kompetenzprofil des Projekts IFG

Im Rahmen des vom Schweizerischen Verband für Weiterbildung SVEB initiierten Projekts IFG (Integration durch Förderung der Grundkompetenzen bei MigrantInnen)[10] wurden verschiedene Kompetenzprofile im Bereich Basiskompetenzen (Lesen und Schreiben, Alltagsmathematik, IKT, Schlüsselkompetenzen) entworfen. Sie sollen unter anderem die gezielte Förderung bei schulungewohnten Zugewanderten ermöglichen. Das hier vorgestellte Kompetenzprofil ist eine Weiterentwicklung des im Rahmen des Projekts IFG entwickelten Kompetenzmodells für Alltagsmathematik.

Neu ist eine Unterscheidung verschiedener Kompetenzbereiche. Das IFG-Profil kennt keine derartige Auffächerung. Es werden dort einfach fünf Stufen (M1 bis M5) einer nicht weiter differenzierten allgemeinen alltagsmathematischen Kompetenz beschrieben. Diese Stufen wurden beibehalten, d.h. die fünf Stufen M1 bis M5 entsprechen im Wesentlichen den fünf Stufen des Profils aus dem IFG-Projekt.

2. Kompetenzbereiche

Die fünf Kompetenzbereiche 1) *Zahl und Variable*, 2) *Form, Raum und Zeit*, 3) *Grösse und Masse*, 4) *Funktionale Zusammenhänge*, 5) *Daten und Zufall* lehnen sich an Einteilungen an, wie man sie in verschiedenen Publikationen zur Struktur mathematischer Kompetenz findet. Ein nahe verwandtes Beispiel sind etwa die Bildungsstandards im Fach Mathematik der deutschen Kultusministerkonferenz.[11]

2.6.4 Leitfaden zum Gebrauch des Kompetenzprofils

Ein verantwortungsvoller Gebrauch des Kompetenzprofils setzt das Bewusstsein voraus, dass das Profil verschiedene Dimensionen alltagsmathematischer Kompetenz nicht explizit berücksichtigt. Diese Dimensionen müssen implizit beim Einsatz des Kompetenzprofils mit einbezogen werden.

1. Anwendungskontext (Dimension 4)

Alltagsmathematische Kompetenz ist kontextgebunden, wie jede andere Kompetenz auch[12]. Jemand, der problemlos 24 Äpfel auf 6 Kinder aufteilen kann, ist nicht notwendigerweise auch in der Lage, die Fläche eines 24 qm grossen Teppichs durch die 6 m Länge zu teilen, um die Breite des Teppichs zu erhalten. Entgegen der weitverbreiteten Annahme, dass man mathematisches Wissen – „wenn man es einmal verstanden hat" – auf beliebige Kontexte anwenden kann, lässt sich solches Wissen nicht ohne Weiteres von einem Kontext zum anderen übertragen.

---

[10] Weitere Informationen zum IFG-Projekt finden sich unter www.alice.ch

[11] KMK2004: Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschulabschluss.

http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Haupt.pdf

[12] Kaiser, H. (2005) Wirksames Wissen aufbauen. Bern: h.e.p. verlag

Dies hat klare didaktische Konsequenzen für den Aufbau von Kursen. Unter anderem folgt daraus, dass man etwa „Dividieren“ nicht ganz allgemein und losgelöst von jedem Kontext behandeln kann, sondern dass man den Bezug zu jenem Kontext herstellen muss, in welchem die Lernenden „dividieren“ möchten.

Die kontextfreien „Kann-Formulierungen“ des Kompetenzprofils müssen also im Rahmen jedes Angebots entsprechend spezifiziert werden. Es dürfte sinnvoll sein, bei der Zertifizierung der im Kurs erworbenen Kompetenzen diesen Bezug explizit auszuweisen, indem man z.B. festhält, in welchen Kontexten jemand „dividieren“ kann.

Die ALL-Studie[13] erwähnt vier Kontextbereiche:

1. Privater Alltag (Familie, Freizeit)
2. Öffentliches Leben (Vereinsleben, Freiwilligenarbeit, politisches Engagement)
3. Beruflicher Alltag
4. Aus- und Weiterbildung

Jeder dieser vier Kontextbereiche zerfällt natürlich wieder in eine Vielzahl spezifischer Kontexte. Die Aufzählung liefert Anregungen dafür, welche Kontexte überhaupt von Interesse sein könnten.

Anbieter können die Dimension „Anwendungskontext“ entweder berücksichtigen, indem sie spezifische Kurse zu einzelnen Kontextbereichen gestalten. Oder sie können es in offenen Kursen den Teilnehmenden ermöglichen, ihren spezifischen Anwendungskontext einzubringen. Je nach Kontext werden die Angebote ganz unterschiedliche Ziele haben.

2. Abstraktionsebene (Dimension 6)

Natürlich kann man als Ziel anstreben, dass die Lernenden in möglichst vielen Anwendungskontexten zu Hause sein sollten. Diese Zielsetzung spricht die Dimension „Abstraktionsebene“ an. Je höher hier die Zielsetzung, umso grösser der Kreis unterschiedlicher Kontexte, welche beherrscht werden. In ersten Entwürfen zum Kompetenzprofil von HarmoS wurden beispielsweise folgende vier Abstraktionsstufen diskutiert:

1. **Einzelne** geläufige mathematische Elemente in einem bekannten **und** klar strukturierten Kontext
2. Geläufige mathematische Elemente in einem bekannten **oder** klar strukturierten Kontext
3. Auch **weniger** geläufige mathematische Elemente auch in einem **komplexeren oder nicht alltäglichen** Kontext
4. Auch Elemente, die ein **höheres mathematisches Vorwissen** voraussetzen, auch in einem komplexen Kontext mit **Fehlern und Unstimmigkeiten**

Im Förderbereich sind oft die oberen Abstraktionsstufen nicht erreichbar. In vielen Fällen wird es daher erst einmal darum gehen, die Lernenden zu unterstützen, in „einem bekannten und für sie klar strukturierten Kontext“ (HarmoS, Stufe 1) Handlungskompetenz zu erwerben. Ist

[13] Adult Literacy and Life Skills Survey; z.B Hertig, P. (2008). Les domaines de compétence de ALL et leur estimation. Présentation simplifiée des cadres de références et des principes de l’estimation des scores dans l’enquête internationale sur les compétences des adultes (ALL). Neuchâtel: Office fédéral de la statistique.

dies erreicht, kann man anschliessend allenfalls versuchen, das Gelernte auf verwandte, ebenfalls vertraute Kontexte zu übertragen.

Wie oben schon vorgeschlagen, dürfte es sinnvoll sein, bei der Zertifizierung erworbener Kompetenzen den Kontext explizit auszuweisen. Wird eine höhere Abstraktionsebene erreicht, d.h. erweitert sich der Kreis der beherrschten Kontexte, lässt sich dies transparent darstellen, indem man all diese Kontexte aufzählt oder umschreibt.

3. Wissensbereiche (Dimension 5)

Alltagsmathematische Kompetenz umfasst mehr, als *mit mathematischen Konzepten umgehen* oder gar nur *Rechnen zu können*. Kontextspezifisches Wissen (daher die Kontextgebundenheit, s.o.) wie auch allgemeine Problemlösetechniken spielen genauso zentrale Rollen. Von Bedeutung sind weitere Aspekte wie Selbstvertrauen, Wissen über die eigenen Stärken und Schwächen etc. Eine gute Darstellung all dieser Aspekte bietet das „Puzzle" in Abbildung 2.

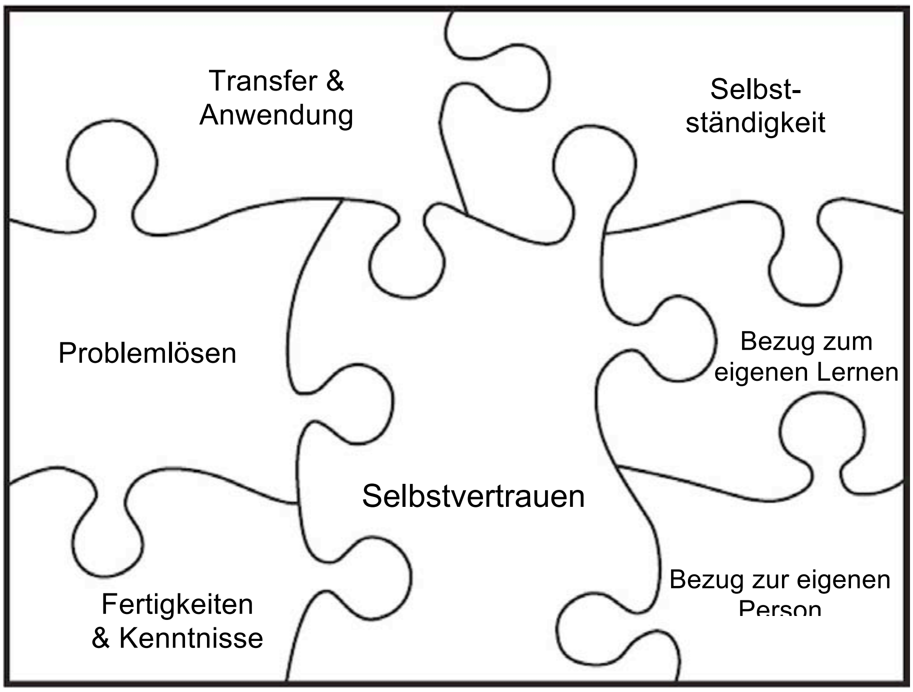


Abbildung 2: Ein ganzheitliches Bild alltagsmathematischer Kompetenz[14]

Das üblicherweise im Fokus stehende mathematische Wissen im engeren Sinn und die damit verbundenen Fertigkeiten machen in dieser Darstellung nur einen kleinen Teil in der unteren linken Ecke aus. Auch die Kann-Formulierungen des Kompetenzprofils beschreiben explizit nur diesen Aspekt „Fertigkeiten & Wissen".

Sowohl für die Diagnose vorhandener alltagsmathematischer Kompetenz wie auch für die Gestaltung wirkungsvoller Kursangebote ist es wichtig, dass die anderen Aspekte mitberücksichtigt werden und das ihnen zustehende Gewicht erhalten. So kann es durchaus sein, dass eine Person zwar über die notwendigen Fertigkeiten verfügt, um im Alltag ein einfaches

[14] Marr, B., Helme, S., & Tout, D. (2003). Rethinking Assessment. Strategies for holistic adult numeracy assessment. A resource book for practioners, policy makers, researches and assessors: Language Australia

Budget zu erstellen oder eine einfache Buchhaltung zu führen, dass ihr aber ganz einfach das Selbstvertrauen fehlt, um diese Arbeit auch in Angriff zu nehmen.

4. Im Kompetenzprofil explizit berücksichtigte Dimensionen

Explizit im Profil berücksichtigt sind die Dimensionen *Inhalte*, *Objekte* und *Tätigkeiten*. Die drei anderen Dimensionen sind in die Kompetenzbeschreibungen nicht integriert, aber, wie oben dargestellt, genau so wichtig. Beim Gebrauch der Stufenbeschreibungen ist deshalb zu beachten:

- **Die kontextfreie Beschreibung der Stufen bedeutet nicht, dass die Lernenden die entsprechende Kompetenz kontextfrei erlernen und kontextfrei darüber verfügen können. Der Kontextbezug wurde nur weggelassen, um die Darstellung zu vereinfachen.**
- **Die ausschliessliche Fokussierung auf mathematische Inhalte im engeren Sinn bedeutet nicht, dass dies die einzigen oder auch nur die wichtigsten Inhalte sind, die ein Kurs vermitteln muss. Die anderen Aspekte einer vollständigen alltagsmathematischen Kompetenz wurden nur weggelassen, um die Darstellung zu vereinfachen.**

5. Die Bedeutung der M-Stufen

Die M-Stufen können als Etappen eines Lernvorgangs verstanden werden. Sie beschreiben dann, über welche Schritte alltagsmathematische Kompetenz bis hin zum höchsten noch beschriebenen Niveau erworben werden **kann**. Damit ist aber keinesfalls gesagt, dass dieser Lernvorgang notwendigerweise über diese Schritte erfolgen **muss**. Es ist durchaus denkbar, dass es auch andere Wege gibt. Es könnte Bereiche und Kontexte geben, in denen z.B. die Stufe M4 erreicht werden kann, ohne dass vorher M3 erreicht wurde. Die M-Stufen geben also einen didaktischen Hinweis, über welche Schritte alltagsmathematische Kompetenz aufgebaut werden kann. Sie erheben aber nicht den Anspruch, dass dies nur über diese Schritte möglich ist.

Auf keinen Fall stellen die M-Stufen eine Art Währung dar, im Sinne von „Ich bin auf Stufe M3, also kann/darf ich“. Denn je nachdem, in welchem Kontext sich eine Person bewegt, ist es für sie nicht zwingend notwendig, dass sie in allen Kompetenzbereichen dasselbe Niveau erreicht. Eine Pflegeperson etwa wird ein relativ hohes Niveau im Kompetenzbereich „Daten und Zufall“ benötigen, hingegen dürfte der Kompetenzbereich „Form und Raum“ für sie nicht von zentraler Bedeutung sein. Ganz anders liegen die Verhältnisse für jemand, der auf dem Bau arbeitet. Ja sogar Inhalte, welche innerhalb eines Kompetenzbereichs derselben Stufe zugeordnet sind, können je nach Kontext und Zielgruppe unterschiedlich bedeutsam sein.

Eine interessante nach Kompetenzbereich geordnete Zusammenstellung zu den Niveaus, welche Lernende für den Einstieg in verschiedene Berufsausbildungen benötigen, findet sich auf der Webseite der Berufsfachschule Thun: http://www.gibthun.ch.

6. Konsequenzen für die Gestaltung von Kursen

Aus den bisherigen Bemerkungen folgt, dass es unsinnig ist, ausgehend von kontextfreien Kompetenzniveaus (M-Stufen) eine Abfolge von Kursen ableiten zu wollen, welche die Teilnehmenden jeweils von einer Stufe zur nächsten führen.

Wegen der Kontextgebundenheit alltagsmathematischer Kompetenz ist es gar nicht möglich, jemand ganz allgemein etwa auf die Stufe M3 zu bringen. Denkbar wären kontextspezifische Kurse, also eine Abfolge von Kursen für den Kontext „Haushalt“ (Haushalt-1, Haushalt-2, Haushalt-3 etc.), eine Abfolge von Kursen für den Kontext „Vereinsleben“ etc. Aber auch dies wäre nicht sehr sinnvoll, da die Bedeutung der Kompetenzbereiche von Kontext zu Kontext variiert. Für den Kontext „Haushalt“ etwa mag in einigen Kompetenzbereichen die Stufe M2 völlig ausreichend sein, wogegen in anderen Bereichen M4 als Minimum benötigt wird. Ein M3-Kurs für den Kontext „Haushalt“ dürfte deshalb kaum einem realen Bedürfnis entsprechen.

Das Kompetenzprofil ermöglicht es also nicht, direkt sinnvolle – d.h. kontextbezogene und auf die Bedürfnisse der Teilnehmenden zugeschnittene – Kursangebote zu entwickeln. Das Kompetenzprofil muss vielmehr als ein reichhaltiger Baukasten verstanden werden, aus dem aufgrund sorgfältiger Analyse der tatsächlichen Bedürfnisse verschiedener Zielgruppen und entsprechender Anwendungskontexte, Bausteine für unterschiedlichste Kurse und Module entnommen werden können.

7. Konsequenzen für die Gestaltung von Tests

Aus denselben Gründen, aufgrund derer es nicht sinnvoll ist, einen allgemein ausgerichteten M3-Kurs zu entwickeln, ist auch ein genereller M3-Test nicht sinnvoll. Tests müssen ebenso wie Kurse auf die tatsächlichen Bedürfnisse unterschiedlicher Zielgruppen abgestimmt sein.

Aus der Kontextgebundenheit alltagsmathematischen Wissens folgt zudem, dass mit Hilfe einer Testaufgabe in erster Linie einmal nur festgestellt werden kann, ob eine Person die Aufgabe im Kontext „Testaufgaben lösen“ beherrscht. Daraus zu schliessen, dass die Person eine „ähnliche“ Aufgabe in einem anderen Kontext (wie z.B. zu Hause im eigenen Haushalt) auch lösen bzw. nicht lösen könnte, ist nicht ohne weiteres möglich. Testaufgaben müssen deshalb so weit wie möglich der realen Situation entsprechen, welche getestet werden soll. Im „Haushalt“ werden sich z.B. zu verarbeitende Daten nicht als Zahlen in einem Aufgabentext, sondern als loser Haufen von Quittungen etc. präsentieren. Anregungen dazu finden sich etwa im Buch *Rethinking Assessment* von Marr, Helme und Tout[15].

Ebenfalls zu berücksichtigen ist, dass für die alltagsmathematische Kompetenz nicht nur „Fertigkeiten & Wissen“ eine Rolle spielen, sondern auch Aspekte wie „Selbstvertrauen“ etc. Sinnvolle Tests müssen auch dies berücksichtigen. Auch dazu finden sich Anregungen im Buch von Marr, Helme und Tout.

Aber selbst bei noch so sorgfältiger Gestaltung bleibt die Testsituation eine Testsituation und wird sich immer in wesentlichen Punkten von der realen Anwendungssituation unterscheiden. Gewisse Aspekte der Testsituation können dazu führen, dass eine Person an einer Aufgabe scheitert, welche sie im Alltag problemlos bewältigen würde – und umgekehrt. Testaufgaben können daher nie die Basis für ein Urteil über die vorhandene Kompetenz sein. Im Idealfall bilden sie den Einstieg in ein anschliessendes, fruchtbares Diagnose- und Zielsetzungsgespräch. Im ungünstigsten Fall zementieren sie die negative Selbstwahrnehmung der getesteten Person.

[15] Marr, B., Helme, S., & Tout, D. (2003). Rethinking Assessment. Strategies for holistic adult numeracy assessment. A resource book for practioners, policy makers, researches and assessors: Language Australia.

2.6.5 Mathematische Operationen nach Stufen

M1

Zahl und Variable	Kennt die Bedeutung der Zahlen und das dezimale System. Kann Zahlen 1-100 lesen und schreiben und die Hundertertafel lesen und nutzen. Kann Zahlen ordnen und vergleichen (grösser / kleiner), addieren, subtrahieren und ergänzen. Kann bei Bedarf das Kommutativ- und dass Assoziativgesetz nutzen. Kann Lösungen überprüfen und Lösungswege erklären.
Form, Raum und Zeit	Kann sich im Raum orientieren und relative Angaben zur Raumlage (wie zwischen, auf, unter) bzw. zur Richtung (links, rechts, gerade aus) nutzen. Kann Unregelmässigkeiten oder einen Fehler in einem Muster erkennen und beschreiben. Kennt Kreis, Rechteck, Quadrat, Dreieck und kann Figuren mit Hilfe eines Rasters kopieren, drehen, spiegeln, vergrössern
Grösse und Masse	Kennt die Masseinheiten für Länge, Gewicht und Geld. Kann mit Massstab und Waage Messungen vornehmen.
Daten und Zufall	Kann Gruppierungen zum Zählen von Objekten nutzen.

M2

Zahl und Variable	Kann ganze Zahlen auch im mehrstelligen Bereich lesen. Kennt einfachste Brüche (1/2, 1/4). Versteht das Stellenwertsystem. Kennt die Bedeutung der Ordinalzahlen, kann Zahlenreihen fortsetzen und einfache Multiplikationen ausführen.
Form, Raum und Zeit	Kann einfache geometrische Figuren und regelmässige geometrische Muster (Ornamente, Parkette) skizzieren und zeichnen und Vielecke in einfache Grundfiguren (Dreieck, Rechteck, Quadrat) zerlegen. Kann Zeitpunkte (Abfahrtszeiten, Arbeitsbeginn etc.) aus einer tabellarischen oder einfachen graphischen Darstellung herauslesen und interpretieren.
Grösse und Masse	Kennt die Masssysteme für Zeit, Temperatur und Volumen (Liter). Kann Stoppuhr, Thermometer und Messbecher Messungen vornehmen.
Funktionale Zusammenhänge	Kann Zahlenreihen fortsetzen
Daten und Zufall	Kann selber einfache Tabellen zusammenstellen und Säulen- und Balkendiagramm ausfüllen und ergänzen.

M3

Zahl und Variable	Kann die Grundoperationen Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division bei einfachen Aufgabestellungen zuverlässig ausführen. Kann einfache Brüche ins Verhältnis mit Dezimalstellen setzen und einfachste Prozentberechnungen ausführen. Kann Resultate von komplexeren Rechnungen schätzen und Zahlen runden. Kann Rechengesetze zur vereinfachten Berechnung nutzen. Kann Überlegungen über Brauchbarkeit der eingesetzten Mittel anstellen. Kann Skizzen und Zeichnungen für Lösungsansätze und Lösungen arithmetischer Probleme nutzen.
Form, Raum und Zeit	Kann geometrische Grundbegriffe (Punkt, Strecke, Winkel, Parallele, Durchmesser, Umfang, Symmetrieachse, Diagonale, Senkrechte, Dreieck, Rechteck, Quadrat, Kreis, Fläche, Würfel) und Symbole (Zeichen für rechten Winkel) verstehen und verwenden. Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal und Geodreieck gebrauchen, um festzustellen, ob zwei Linien parallel oder rechtwinklig zueinander sind, bzw. um entsprechende Linien zu zeichnen.
Grösse und Masse	Kann Winkel vermessen und mit einer einfachen Proportion übertragen. Hat ein Gefühl für mathematische Grössen und Masse entwickelt und kann Schätzungen anstellen. Kann einfache Berechnungen mit den gängigen Masssystemen ausführen und die erhaltenen Lösungen überprüfen.
Funktionale Zusammenhänge	Kann einfachste Gleichungen lösen. Kann Punkte und einfache Grafen in einem Koordinatensystem qualitativ deuten.
Daten und Zufall	Kann Aussagen über den Mittelwert verstehen. Kann einfache Zufallsexperimente mit Würfeln, Münzen oder Karten durchführen und auszählen und die Wahrscheinlichkeit von Ereignissen durch Versuche qualitativ bestimmen (weniger wahrscheinlich – wahrscheinlich).

M4

Zahl und Variable	Kann einfache, alltägliche Rechenaufgaben in angemessenem Tempo im Kopf ausführen. Kann Operationen mit Brüchen ausführen, z.B. grössten gemeinsamen Nenner finden und Brüche in Dezimalstellen umwandeln, und kann Prozentberechnungen anstellen. Kann die Grundoperationen auch mit komplexeren Zahlen mit Hilfe eines Taschenrechners ausführen. Verfügt über Strategien zur Kontrolle von Rechenaufgaben. Kann Behauptungen begründen und dabei Argumentationen und Rechnungen in mehrere Teilschritte zu gliedern.
Form, Raum und Zeit	Kann einfache geometrische Körper in ihren Dimensionen erfassen, vermessen und nachbilden (auch z. B. im Massstab 1:2) oder zeichnerisch darstellen. Kann den Flächeninhalt und den Umfang von einfachen Figuren, die sich auf Rechtecke aufteilen lassen, bestimmen. Kann Realgegenstände und Realsituationen mit geometrischen Darstellungen (z.B. Pläne und Skizzen) in Beziehung setzen. Kann Zeitdauer (Fahrtlänge, Einsatzzeit etc.) aus einer tabellarischen oder graphischen Darstellung herauslesen. Kann den Zeitbedarf z.B. für eine Reise ermitteln.
Grösse und Masse	Kennt die Fachausdrücke und Abkürzungen für Grössen, kann konkrete Beispiele nennen und das System der dezimalen Masseinheiten erklären.
Funktionale Zusammenhänge	Versteht den Aufbau von Wertetabellen, kann die Werte-Achsen interpretieren und den Tabellen Informationen entnehmen. Versteht die graphische Darstellung von einfachen Funktionen und kann sie ergänzen oder vervollständigen. Kann graphische Darstellungen nutzen um Zusammenhänge plausibel zu machen und Behauptungen zu belegen und einfache Argumentationen zu führen.
Daten und Zufall	Kann die Werteachsen in einfachen statistischen Darstellungen interpretieren und ihr Informationen entnehmen. Kann kleinere Datenerhebungen selbst planen und durchführen und in einfachen Fällen Tabellen und Graphiken nutzen um Dokumentationen zu veranschaulichen. Kann Tabellen und Graphiken nutzen, um Prognosen zu formulieren und Schlussfolgerungen zu begründen, sowie Aussagen und Entscheidungen miteinander zu vergleichen.

M5

Zahl und Variable	Kennt die Bedeutung der negativen Zahlen und kann sie in Alltagssituationen anwenden (z. B. Guthaben, Schulden). Kann mit Relationen (z. B. km/h) arbeiten. Kann bei Berechnungen Grössen mit Buchstaben ersetzen und damit Gleichungen, Ungleichungen, Formeln und Regeln ausdrücken. Kann einfache Gleichungen lösen und dabei Rechengesetze zur Vereinfachung von Termen nutzen
Form, Raum und Zeit	Kann einen einfachen dreidimensionalen Körper vermessen und auf verschiedene Arten (Grundriss, Längs- und Querschnitt, Schrägbild) abbilden. Kann Entfernungen in die Wirklichkeit mit Hilfe von Karten und Massstabangaben berechnen. Kann geometrischen Darstellungen (Plänen, Zeichnungen Modellen, etc.) problemrelevante Informationen entnehmen und selbst geeignete Darstellungen bei der Kommunikation mit anderen einsetzen. Kann Problemstellungen und Lösungsansätze mit Skizzen, Zeichnungen, Modellen etc. visualisieren und verdeutlichen. Kann graphische Darstellungen zeitlicher Verläufe wie Fahrpläne, Einsatzpläne etc. interpretieren.
Grösse und Masse	Kennt Flächenmasse (z. B. m2) und Hohlmasse (z. B. m3) und kann die Flächen und Inhalte errechnen. Kann Berechnungen zur Geschwindigkeit anstellen (km/h, m/s). Kennt die Bedeutung der Vorsilben "Mega", "Kilo", "Dezi", "Centi" und "Milli“ und kann sie einsetzen. Kann Darstellungen Grössen und Masse entnehmen. Kann Grössenangaben von einer Einheit in eine andere umrechnen (auch mit Taschenrechner oder Tabellenkalkulation). Kann einschätzen, ob die in einem Resultat verwendeten Einheiten und Grössenordnungen von Masszahlen der gegebenen Problemsituation gerecht werden und zu einer sinnvollen Genauigkeit führen.
Funktionale Zusammenhänge	Kann Wertetabellen und grafische Darstellungen von Funktionen verstehen und Gesetzmässigkeiten und Beziehungen erfassen. Kann einfache Berechnungen zu Proportionalitäten durchführen. Kann Funktionswerte zu einer gegebenen Zahl aus einer Wertetabelle oder einer graphischen Darstellung ablesen bzw. aus einer Funktionsgleichung berechnen. Kann Taschenrechner und Tabellenkalkulationsprogramm für Berechnung und Darstellung nutzen.
Daten und Zufall	Kann aus Texten, Tabellen oder Grafiken (wie Kreisdiagrammen, Balkendiagrammen, Säulendiagrammen, Streudiagrammen) Informa-

tionen entnehmen und sie in anderer Form darstellen.

Kann absolute und relative Häufigkeiten berechnen, sowie den arithmetischen Mittelwert bestimmen.

Kann Tabellenkalkulationsprogramm für die Arbeit mit nicht-banalen Datenmengen nutzen.

3. Aktuelle Kursbeispiele

3.1 Einleitung

Dieser Abschnitt dokumentiert drei Beispiele von Angeboten zur Förderung alltagsmathematischer Kompetenzen. Die drei Beispiele decken ein weites Spektrum ab. Sie streben unterschiedliche Ziele an, sind unterschiedlich institutionell eingebunden und blicken auf eine unterschiedlich lange Geschichte zurück.

Beispiel #1

Das CIP (Centre Interrégional de Perfectionnement) in Tramelan bietet seit Jahren eine Art Auffrischungskurse an. Zielpublikum sind Personen, welche am CIP in die Ausbildungen „Opérateur/trice en horlogerie“ bzw. „Opérateur/trice“ einsteigen möchten. Sie müssen dazu eine Aufnahmeprüfung bestehen, auf deren Mathematikteil sie dieser Kurs vorbereitet. Teilnehmende sind oft angelernte Personen aus Gastgewerbe und Verkauf, welche in einen Beruf im Umfeld der Uhrenindustrie wechseln möchten.

Beispiel #2

Die Institution „Retravailler CORREF“ in Lausanne führt ebenfalls seit vielen Jahren ein „Atelier de calcul“. Teilnehmen können alle, die in Lausanne wohnhaft sind, über 18 Jahre alt sind, nicht an einer anderen durch die öffentliche Hand unterstützen Ausbildung teilnehmen und nur über ein geringes Einkommen verfügen. Die Ziele werden individuell festgelegt und die Teilnehmenden arbeiten unabhängig voneinander an diesen Zielen. Das Spektrum ist breit. Es reicht vom Hausmann, welcher im häuslichen Alltag mit mathematischen Schwierigkeiten kämpft, bis hin zur jungen Frau, welche sich auf ein Abendgymnasium vorbereiten möchte.

Beispiel #3

Der Kanton Aargau lancierte im Sommer 2008 ein Pilotprojekt zur Förderung alltagsmathematischer Kompetenzen im Rahmen Arbeitsmarktlicher Massnahmen. Zwei Institutionen (LernWerk Turgi, Stollenwerkstatt) realisierten erste Angebote, welche sich an Personen richteten, die bei diesen Institutionen an einem Beschäftigungsprogramm teilnahmen. Beide Angebote versuchten ganz konsequent, von den aktuellen Bedürfnissen und Fragen der Teilnehmenden auszugehen. Die eine Institution realisierte dies in Form eines teilnehmerorientierten Kurses. Bei der anderen Institution nahm das Angebot mehr die Form eines individuellen Coachings an. Erste Erfahrungen liegen nun vor.

Die drei Beispiele illustrieren die Breite der vorhandenen Bedürfnisse und zeigen verschiedene Möglichkeiten auf, darauf einzugehen. Abschliessend wird versucht, die Beispiele systematisch zu vergleichen, um daraus eine Grundlage für ein Raster möglicher Kursformate zu gewinnen.

3.2 Kurskonzept #1: CIP Tramelan

3.2.1 Anbieter und Angebot

Anbieter: Centre interrégional de perfectionnement (CIP) in Tramelan (im Auftrag der Arbeitsmarktbehörde des Kantons Bern - beco)

Angebot: Mathématiques de base

Erhebungszeitpunkt: August 2008

3.2.2 Umfeld

Das Weiterbildungsatelier des CIP hat zum Ziel, Kurse im Bereich der Basiskompetenzen anzubieten. In diesem Rahmen werden auch Mathematikkurse organisiert, die sich an ein breites Publikum mit geringen Qualifikationen richten.

Diese Kurse sind in ein grösseres Umfeld eingebettet: Das CIP in Tramelan bietet zwei modularisierte, berufsbegleitende Ausbildungen für Erwachsene an: Uhrmacher/ Uhrmacherin EFZ und Produktionsmechaniker/in EFZ (bisher Mechapraktiker/in).

Die Ausbildungen sind aus einem dringenden Bedarf der Uhrenindustrie entstanden: Während der Uhrenkrise in den siebziger und achtziger Jahren des letzten Jahrhunderts wurden fast keine neuen Uhrmacher ausgebildet, so dass beim Wiederaufkommen der Uhrenindustrie eine ganze Generation Fachkräfte fehlte. Die Ausbildungen richten sich in erster Linie an Personen, welche schon in der Uhrenbranche tätig sind, und werden von diesen berufsbegleitend absolviert.

Die modularisierte Ausbildung als Ganzes führt zu einem Eidgenössischen Fähigkeitszeugnis (EFZ). Die erste Hälfte erlaubt aber auch einen Teilabschluss als „Opérateur/trice en horlogerie“ bzw. „Opérateur/trice en mécanique ou décolletage“. Seit mehreren Jahren nun werden diese modularisierten Ausbildungen durch das CIP angeboten. Sie stehen allen Personen offen, die sich für einen Beruf im Bereich der Uhrmacherei, der Mechanik oder der Décolletage interessieren. Sie stehen aber auch Arbeitslosen offen. Die von den Regionalen Arbeitsvermittlungszentren RAV dem CIP für diese Ausbildungen zugewiesenen Arbeitslosen müssen eine Aufnahmeprüfung machen, welche etwa die Hälfte der Bewerber und Bewerberinnen besteht.

Der Kurs dient auch als Vorbereitungskurs auf diese Aufnahmeprüfung und die folgende Ausbildung. Er steht zwar auch anderen Personen offen, wird aber meist zu diesem Zweck genutzt. Der theoretische Teil der Aufnahmeprüfung wird vom Hauptdozenten des Kurses gestaltet.

3.2.3 Zielgruppe

1. Personenkreis

Erwachsene Arbeitslose, welche Interesse an einer Ausbildung im Bereich der Uhrenbranche oder der MEM-Branche (Maschinen, Elektro und Metall) haben.

2. Vorwissen

Die Meisten bringen nur geringe Qualifikationen mit. Es handelt sich oft um Angelernte aus der Gastronomie- und der Verkaufsbranche. Da der Kurs vor allem darauf abzielt, vorhandenes Wissen aufzufrischen, sind elementare Kenntnisse in den behandelten Bereichen notwendig.

3. Lebensumstände

Arbeitslose, welche in letzter Zeit nur unregelmässig beschäftigt waren. Einige sind langzeitarbeitslos.

4. Sprachkenntnisse

Die angestrebte anschliessende Ausbildung setzt gute Sprachkenntnisse voraus. Vermutlich werden die Teilnehmenden entsprechend von den RAV vorselektiert, so dass Sprachkenntnisse im Allgemeinen kein Problem darstellen.

5. Anlass, Motivation

Vorbereitung auf die Aufnahmeprüfung zu einer vom CIP angebotenen Ausbildung oder einer anderen Ausbildung. Auffrischen mathematischer Grundkenntnisse.

6. Rekrutierung

Die RAV motivieren geeignete Personen.

3.2.4 Ziele

1. Allgemeine explizite und implizite Lernziele

- Auffrischen des vorhandenen Wissens sowie Schliessen kleinerer Lücken
- Vorbereitung auf die Aufnahmeprüfung zu den vom CIP angebotenen Ausbildungen oder einer anderen Ausbildung.
- (Wieder)Angewöhnung der Teilnehmenden an einen Kursbetrieb/Schulbetrieb; bei Langzeitarbeitslosen z.B. nur schon an das Einhalten regelmässiger Termine

- Früherkennung von Personen, die nur schwer in die vom CIP angebotenen Ausbildungen zu integrieren wären.

2. Assessment

Im Rahmen des Kurses findet kein Assessment statt. Ob der Kurs erfolgreich war, lässt sich an den Ergebnissen der Aufnahmeprüfungen zu den vom CIP angebotenen Ausbildungen ablesen. Die Mehrheit der Teilnehmenden legt diese Aufnahmeprüfung ab. Der Dozent schätzt aufgrund dieser Daten, dass etwa 80% der Teilnehmenden die gesetzten Ziele erreichen. Allerdings ergeben sich Unterschiede je nach Thema.

3.2.5 Kursaufbau und Organisation

1. Zeitlicher Rahmen

48 Lektionen zu 45 Minuten. Der Kurs erstreckt sich über 3 Wochen mit 4 Vormittagen pro Woche. (Im August 2008 wurde der Kurs wegen der Lage der Ferien noch kompakter durchgeführt, d.h. in 2 Wochen und 2 Tagen. Dies hat sich aber als zu anstrengend erwiesen.)

2. Durchführungshäufigkeit

Jährlich drei Mal

3. Geschichte

Der Kurs existiert seit etwa 1998.

4. Gruppengrösse

Ideal wäre eine Gruppengrösse von 8 bis 12 Teilnehmenden. Normal sind 11 bis 13 Teilnehmende.

5. Aufwand

Zusätzlich zur Kursdurchführung noch insgesamt etwa 40% für Vor- und Nachbereitung, da der Kurs schon oft durchgeführt wurde und vielfältige Unterlagen existieren.

6. Nachfrage

Der Kurs kann jedes Mal gut gefüllt werden.

7. Beteiligte Personen und ihre Qualifikation

Hauptdozent:

- Führt in der Regel 3 der 5 Kurse pro Jahr durch

- Organisiert und entwickelt auch Kurse zu anderen Inhalten; unterrichtet am CIP Mathematik und Physik; gestaltet den mathematischen Teil der Aufnahmeprüfung am CIP
- Grundausbildung als Uhrmacher; Weiterbildung als Maître socio-professionnel; SVEB1

Die anderen Dozenten verfügen mindestens über eine Ausbildung als Erwachsenenbildner und über gute mathematische Kenntnisse.

3.2.6 Inhalte

1. Mathematisches Wissen und Können

- **Zahlen und Grössen:** Grundoperationen schriftlich ohne Taschenrechner. Brüche, Prozente, Potenzen und Wurzeln ebenfalls ohne Taschenrechner (Wurzel durch Ausprobieren)
- **Formen und Raum:** Flächenberechnung in Rechteck und Dreieck; Pythagoras.
- **Grösse und Masse:** Länge, Gewicht, Geschwindigkeit; Umrechnung zwischen verschiedenen Massen.
- **Funktionale Zusammenhänge:** Dreisatz (sofern Zeit dafür vorhanden)
- **Stichproben und Zufall:** -

2. Problemlösen

Anleitung, Aufgaben durch systematisches Probieren zu lösen (z.B. Wurzel ziehen durch Quadrieren)

3. Transfer (Arbeit, Arbeitsmarkt, Privatleben)

Wo sinnvoll, werden Grössen verwendet, wie sie in der Uhrenbranche vorkommen (z.B. kleine Dezimalzahlen mit vielen Nullen, wie etwa 0,0005). Sonst keine systematische Auseinandersetzung mit Transferproblemen.

4. Selbstvertrauen

Grundtenor des Kurses ist es, dass es darum geht, bereits Bekanntes aber Vergessenes ins Gedächtnis zurückzurufen. Entsprechend werden die Teilnehmenden ermuntert, alles Relevante, was ihnen in den Sinn kommt, in den Kurs einzubringen.

5. Selbstständigkeit

Die Teilnehmenden werden systematisch angehalten, bei kleineren Problemen die anderen Kursteilnehmenden um Hilfe anzugehen.

6. Lernfähigkeit

Eine wichtige Botschaft des Kurses ist, dass Fehlermachen zum Lernen gehört und man aus Fehlern lernt. Einzelne Hinweise auf Lerntypen und Lerntechniken sind in den Kurs eingestreut.

7. Bezug zur Person

Kulturelle Unterschiede, z.B. unterschiedliche Rechenverfahren je nach Herkunftsland, werden im Kurs positiv aufgenommen und verglichen. Die Teilnehmenden werden ermuntert, das ihnen vertraute Verfahren beizubehalten.

3.2.7 Didaktik

1. Didaktische Grundhaltung

- Das Wissen ist im Prinzip vorhanden, nur ist es inaktiv. Es muss reaktiviert werden und die Teilnehmenden müssen ermutigt werden, durch Ausprobieren und Üben die entsprechenden Fertigkeiten zu schulen.
- Individuelle Formen des Vorgehens sind zu respektieren. Es macht keinen Sinn, etwas, das jemand über viele Jahre in der Schule eingeübt hat, ändern zu wollen. Zudem gibt es sowieso kaum je nur ein richtiges Vorgehen.
- Zu Beginn ist es wichtig, die Gruppe zu formen. Nur wenn die Teilnehmenden zusammenarbeiten, miteinander sprechen und Erfahrungen austauschen, funktioniert der Kurs.
- Grundsätzlich gelten die Methoden der Erwachsenenbildung: Erfahrungen einbringen, diese vergleichen und diskutieren.

2. Mathematikdidaktische Aspekte

- Der Unterricht bleibt im Wesentlichen in der Rechenwelt. Es werden Rechenverfahren in Erinnerung gerufen, ausprobiert, verbessert und automatisiert. Entsprechend gelangt konsequenterweise kein Taschenrechner zum Einsatz.
- Der Dozent bewegt sich in der Rechenwelt sehr spontan und flexibel:
  - Beispiele für die Wandtafel sind meist spontan konstruiert. So ergeben sich selten „schöne“ Resultate, was die Teilnehmenden vor realistische Schwierigkeiten stellt (Beispiel: Pythagoras mit $a = 7$, $b = 4$ führt zur Frage $\sqrt{65}$?).
  - Der Dozent geht spontan auf Varianten ein, welche die Teilnehmenden vorschlagen. Er kennt daher für alle möglichen Rechenverfahren unterschiedliche Lösungsansätze, welche aus verschiedenen Kulturen stammen.
- Das Vorgehen eignet sich sicher zum Aufwärmen vor der Prüfung/Ausbildung, die ähnlich rechenorientiert ist.

3. Standardablauf der einzelnen Kurseinheiten

Die einzelnen Abschnitte des Kurses folgen im Wesentlichen einem Standardablauf:

A Der Dozent macht das Vorgehen bei der nächsten Technik kurz vor. Die Demonstration geht eher rasch vor sich und ist „professionell". Vermittelt wird die Botschaft: Ihr wisst ja eigentlich wie es geht, ich frische nur euer Gedächtnis auf. Die Teilnehmenden, die tatsächlich wissen, wie es geht, denken oft spontan laut mit.

B Der Dozent lässt sich bestätigen, dass alle im Prinzip (noch) wissen, wie es geht. Allenfalls werden an dieser Stelle Varianten diskutiert, welche einzelnen Teilnehmenden auf Grund ihres Hintergrunds geläufiger sind als das vorgestellte Vorgehen.

C Die Teilnehmenden machen für sich Übungen. Bei Schwierigkeiten helfen sie sich nach Möglichkeit gegenseitig.

D Die Resultate werden gemeinsam besprochen. Dazu liest im Kreis herum ein Teilnehmender nach dem anderen eine Aufgabe samt Resultat vor. (Durch das Vorlesen kann nebenbei auch die Sprachkompetenz der Teilnehmenden gestärkt werden). Die anderen Teilnehmenden bestätigen die Richtigkeit der Antwort. Der Dozent kennt die Resultate nicht und verlässt sich auf die Gruppe. Bei Bedarf wird gemeinsam nachgerechnet.

E Bei Fehlern wird kurz versucht, die Ursache zu finden. Die Person, welche den Fehler gemacht hat, sollte nach Möglichkeit angeben können, was falsch gelaufen ist. (Dies gelingt allerdings nicht immer).

F Nach Bedarf und Wunsch der Teilnehmenden können weitere Übungen und Resultatrunden angeschlossen werden.

G Während der Übungsphasen ist Platz für ein separates Coaching Einzelner, bei denen der Austausch mit anderen Teilnehmenden allein nicht ausreicht.

3.2.8 Vorhandenes Material

- Modulbeschreibung (http://www.cip-tramelan.ch)
- Schriftliche Kursunterlagen (die Unterlagen decken wesentlich mehr ab, als im Kurs behandelt wird)
  - schriftliche Addition (mit und ohne Dezimalstellen)
  - schriftliche Subtraktion (mit und ohne Dezimalstellen)
  - schriftliche Multiplikation (mit und ohne Dezimalstellen)
  - Vereinfachungen bei der Multiplikation für spezielle Fälle (0-Stellen, x 25)
  - schriftliche Division (mit und ohne Dezimalstellen)
  - Vereinfachungen bei der Division für spezielle Fälle (5, 25, 50, 4)
  - Klammerausdrücke
  - Brüche vereinfachen und gleichnamig machen
  - Addition und Subtraktion von Brüchen
  - Multiplikation und Division von Brüchen
  - Brüche und Prozente

- Addition und Subtraktion von Zeitangaben (Stunden, Minuten, Sekunden)
- dito für Winkel (mit Sekunden etc.)
- Multiplikation im 60-er System (plus Hinweis auf Division)
- Längenmasse, Hohlmasse, Gewichte, Flächen, Volumen im metrischen System
- Geschwindigkeit und Distanz
- Punkte, Geraden, Winkel; Parallelen, Winkelhalbierende, rechte Winkel, Spiegelachse
- Polygone (Dreieck bis Zwölfeck)
- Eigenschaften von Viereck, Rechteck, Parallelogramm, Raute, Trapez
- Eigenschaften von Dreiecken; Pythagoras
- Eigenschaften des Kreises
- Eigenschaften des Kubus
- Eigenschaften des Zylinders, der Pyramide

• Zusätzliche Übungsblätter

Aus urheberrechtlichen Gründen können die Unterlagen nicht ausserhalb des Kurses zur Verfügung gestellt werden.

3.2.9 Grenzen und Schwierigkeiten des Kursformats

Das Kursformat passt gut zum Kursziel, vorhandenes aber inaktives Wissen im Hinblick auf die Aufnahme einer Ausbildung zu reaktivieren und die Teilnehmenden wieder an das „Kursleben“ zu gewöhnen. Versucht man, das Format in andere Kontexte zu übertragen, ist aber zu bedenken, dass dabei gewisse Grenzen gesetzt sind:

- Grössere Kenntnislücken können im Rahmen dieses Kurses nicht geschlossen werden. Beispiele des Dozenten: Ein Koranschüler, der kaum je rechnen musste. Eine Frau, die nur mit Hilfe von Strichen zählen und rechnen konnte.
- Je nach Herkunft können Teilnehmende mehr oder weniger Mühe mit einzelnen Themen haben. Beispiele des Dozenten: Personen aus Nordafrika setzen teilweise ganz andere Rechenverfahren ein, als sie in der Schweiz üblich sind. Personen aus Portugal verfügten während einer bestimmten Zeit nur über ein sehr lückenhaftes Vorwissen.
- Es setzt voraus, dass die Teilnehmenden keine gravierenden emotionalen Probleme mit den behandelten mathematischen Themen haben. Die Möglichkeit, Einzelnen zwischendurch auf die Sprünge zu helfen, reicht bei echten Blockaden nicht aus.
- Jugendliche scheinen nicht so gut auf den erwachsenbildnerischen Ansatz des Kurses anzusprechen. Der Dozent vermutet, dass sie noch zu sehr „schulgeprägt“ sind.
- Ist die Gruppe zu klein (unter 8) oder zu gross (über 13), stellt sich nicht die gewünschte Dynamik ein.
- Das Format konzentriert sich ausschliesslich auf die Welt des Rechnens. Ein Transfer auf alltägliche Problemsituationen ist – abgesehen von der Beherrschung der Re-

chentechniken – nicht zu erwarten. Ebenfalls ist nicht zu erwarten, dass die Teilnehmenden lernen, aufgrund mathematischer Überlegungen Fehler zu entdecken und zu vermeiden.

3.2.10 Mögliche Weiterentwicklungen

1. Bedürfnisse seitens des Anbieters

Material für den spielerischen Umgang mit einzelnen Rechenverfahren

Gewisse Vorgänge und Verfahren liessen sich besser veranschaulichen und üben, wenn geeignetes Material zu Verfügung stehen würde, mit dem die Teilnehmenden manipulieren könnten. Um die Vorgänge beim Umformen von Gleichungen sichtbarer zu machen, setzt der Dozent zurzeit gelegentlich Post-It-Zettel ein, die er auf dem Whiteboard hin und her verschieben kann. Ähnliche Möglichkeiten für die Teilnehmenden wären hilfreich.

Lernen lernen

Die bisher schon sporadisch in den Kurs eingestreuten Hinweise zu Lerntechniken könnten ausgebaut und systematischer eingesetzt werden. Der Kurs am CIP, dessen Besuch die meisten Teilnehmenden anstreben, fordert ihnen hinsichtlich Lernen und Lerntechnik einiges ab. Hier wäre eine gewisse Vorbereitung nützlich, zumal sich im Kurs immer wieder beobachten lässt, dass sich die Teilnehmenden praktisch ausschliesslich auf das Üben von Aufgaben verlassen. Notwendig wäre dazu ein erprobtes Repertoire an kleinen Anleitungen und Übungen zu Lerntechniken, welche spontan an geeigneter Stelle eingesetzt werden könnten.

2. Anregungen für eine Weiterentwicklung

Binnendifferenzierung

Beim aktuellen Kursformat arbeiten alle Teilnehmenden im Gleichschritt. Das führt zum üblichen Problem, dass sich einige zu langweilen beginnen und andere Misserfolgserlebnisse anhäufen. Dies ist um so mehr zu beobachten, je weiter der Vormittag fortschreitet. Zu Beginn sind alle dabei, d.h. auch die eher Unterforderten scheinen es jeweils zu schätzen, im geschützten Rahmen Fingerübungen machen zu können. Mit der Zeit fällt dann aber die Gruppe sichtbar auseinander.

Zumindest dann, wenn das Ziel aller Teilnehmender dieselbe Aufnahmeprüfung ist, wäre ein anderes Vorgehen denkbar. So könnte man beispielsweise gleich zu Beginn bzw. nach einer Aufwärmphase eine Variante der Prüfung machen lassen, so dass die Teilnehmenden für sich selbst feststellen können, wo sie sich sicher fühlen und wo sie noch Hilfe benötigen. Diese Unterstützung könnten sie sich dann zuerst in der Gruppe und anschliessend beim Dozent holen.

Alternativ oder in Kombination mit einer solchen verstärkten Individualisierung könnte man versuchen, einmal zwei parallel laufende Kurse gleichzeitig mit zwei Dozenten abzuhalten. Die Gruppe würde dadurch zwar grösser (22 bis 25 Teilnehmende), dafür hätte ein Dozent mehr Zeit, sich einzelnen „Problemfällen“ zu widmen, während der andere mit den „Unproblematischen“ arbeiten könnte.

Resultatrunde

Die Durchführung von „Resultatrunden“ zwingt diejenigen Teilnehmenden, welche noch nicht so weit sind, immer wieder vor der ganzen Gruppe einzugestehen, dass sie eine Aufgabe noch nicht gemacht oder gelöst haben. So erleben sie ihr Versagen immer wieder, wodurch alte Traumata aufgeweckt werden oder neue entstehen können.

Eine Alternative, welche vom Dozenten bereits erprobt wurde: Die Gruppe teilt sich in drei Teilgruppen auf. Jede dieser Gruppen erfindet Aufgaben, welche die anderen Gruppen lösen müssen. Da die einzelnen Gruppen meist den Ehrgeiz haben, schwierige Aufgaben zu stellen, fördert das eine intensive Auseinandersetzung mit dem Rechenverfahren, ohne dass einzelne Gruppenmitglieder sich exponieren müssen.

Fördern des Verstehens

Die vollständige Konzentration auf die Rechenwelt birgt die Gefahr in sich, dass Rechenvorgänge automatisch ablaufen und Fehler nicht erkannt werden.

In gewissen Momenten könnte diese Fokussierung auf die Rechenwelt etwas gelockert werden, ohne dass man allzu weit gehen muss. Im beobachteten Kurs erhielt eine der Teilnehmerinnen für den Umfang eines Quadrates 16 cm^2. Der Dozent blieb darauf konsequent in der Rechenwelt und demonstrierte, wie die Regel die Zahlen und die Einheiten separat zu multiplizieren, automatisch zum korrekten Resultat von 16 cm führt. An dieser Stelle hätte der Dozent die Teilnehmende alternativ fragen können, ob es sich beim Umfang denn um eine Strecke oder eine Fläche handelt. Die Teilnehmerin hätte so ein weiteres Instrument in die Hand bekommen, um ihre Resultate zu überprüfen

Erweiterung der Inhalte um „Stichproben und Zufall“

Das Thema „Stichproben und Zufall“ ist im Kurs nicht vorgesehen. Dies obwohl Konzepte aus diesem Bereich in der modernen Arbeitswelt, z.B. bei der Qualitätssicherung, eine immer grössere Rolle spielen.

Vielleicht ist es noch nicht so weit, dass sich dazu bereits vorhandenes Wissen auffrischen lässt. In absehbarer Zeit werden aber zumindest in der Schweiz ausgebildete Personen aus der Grundschule entsprechende mathematische Konzepte mitbringen, welche in der gleichen Weise reaktiviert werden könnten.

3.3 Kurskonzept #2: Retravailler CORREF

3.3.1 Anbieter und Angebot

Anbieter: Retravailler CORREF, Lausanne, 021 341 71 11, www.corref.ch

Angebot: Atelier de calculs

Erhebungszeitpunkt: Oktober 2008

3.3.2 Umfeld

Das „Atelier de Calculs“ wird von der Stadt Lausanne unterhalten. Teilnehmen können alle in Lausanne wohnhaften Erwachsenen, die nicht an einer anderen durch die öffentliche Hand unterstützten Ausbildung teilnehmen und nur über ein geringes Einkommen verfügen.

Innerhalb von Retravailler CORREF ist das „Atelier de Calculs“ ein Angebot unter mehreren, wie z.B. „Apprendre à Apprendre“, „Mieux compter pour moins dépenser“, „Français écrit“, „Citoyenneté et Intégration“. Das erlaubt es den Teilnehmenden nach Bedarf zwischenzeitlich in ein anderes Angebot zu wechseln (z.B. „Apprendre à Apprendre“) und dann gegebenenfalls wieder zurückzukehren oder beide Angebote parallel zu besuchen.

3.3.3 Zielgruppe

Die Zielgruppe umfasst alle Erwachsenen zwischen 18 und 60 Jahren, welche sich in Sachen Mathematik/Rechnen unsicher fühlen. Es lassen sich grob fünf verschiedene Gruppen unterscheiden:

1. Gruppen mit unterschiedlichen Zielen

Junge, welche eine Ausbildung aufnehmen möchten (ca. 30%)

Personen im Alter von 18 bis 25 Jahren mit Defiziten in der schulischen Ausbildung. Ihr Ziel ist es, ihr mathematisches Wissen soweit zu verbessern, dass sie die entsprechenden Aufnahmetests für die angestrebte berufliche Ausbildung bestehen (z.B. BasicCheck für eine Berufsausbildung, Eintrittsprüfungen für Schulen etc.). Mit ihnen wird zu Beginn ein klassischer Mathematiktest durchgeführt (nach Möglichkeit der angestrebte Aufnahmetest) und dann aufgrund der festgestellten Defizite ein Arbeitsordner mit Zielen und Aufgabenblättern zusammengestellt.

Erwachsene mit Kindern (ca. 30%)

Personen im Alter von 25 bis 45 Jahren, häufig Mütter mit schulpflichtigen Kindern, welche das Niveau ihrer mathematischen Kenntnisse verbessern möchten, z.B. um den Kindern bei den Aufgaben helfen zu können. Auch hier steht ein klassischer Mathematiktest am Anfang, auf dessen Basis der persönliche Arbeitsordner zusammengestellt wird.

Schwach Qualifizierte (ca. 20%)

Personen – meist Frauen – mit sehr wenig Vorkenntnissen, die ihre persönliche Sicherheit im Umgang mit Zahlen im Alltag verbessern möchten. Sie erhalten einen Ordner mit sehr einfachen und praktischen mathematischen Aufgaben und Anwendungen.

Ziel Abendgymnasium (ca. 10%)

Personen, welche das Studium an einem Abendgymnasium aufnehmen möchten. Ihr Niveau ist deutlich höher als das der restlichen Gruppen. Sie werden auf die entsprechenden Anforderungen vorbereitet.

Hilfsarbeiter (ca. 10%)

Personen, welche in verschiedensten Berufen in Hilfsfunktionen arbeiten und sich besser qualifizieren möchten, um ihre Anstellung zu sichern oder allenfalls eine bessere zu erhalten. Sie erhalten auf ihren beruflichen Alltag zugeschnittene Aufgaben.

2. Sprachkenntnisse

Da Ziele und Programm individuell zusammengestellt werden, können diese den vorhandenen Sprachkenntnissen angepasst werden. Das individuelle Arbeiten verlangt aber genügend Kenntnisse, um die jeweiligen Aufgabenstellungen lesen zu können. Bei Bedarf kann der Dozent versuchen, Teilnehmende zum zwischenzeitlichen Wechsel in einen Sprachkurs zu motivieren („Français écrit“ oder „Français écrit - cours intensif d'été“), was allerdings nicht immer gelingt.

3. Rekrutierung

Die Personen melden sich aus eigener Initiative. Retravailler CORREF investiert einen Teil des Budgets, um das Angebot bekannt zu machen.

Die Leitung des Regionalen Arbeitsvermittlungszentrums (RAV) möchte mehr Personen zum Besuch motivieren und sucht nach Mitteln, sowohl mögliche Teilnehmende wie auch RAV-Berater zu sensibilisieren. Auf der anderen Seite hat der Service de prévoyance et d’aide sociales (SPAS) das Angebot im Rahmen der Mesures d’insertion sociale ins Programm aufgenommen.

3.3.4 Ziele

1. Allgemeine explizite und implizite Lernziele

Die Ziele werden individuell festgelegt (vgl. 3.3.3.1).

Ein wichtiges Ziel für alle Gruppen ist es, den Teilnehmenden das nötige Selbstvertrauen zu vermitteln.

2. Assessment

Eingang

Je nach angestrebtem Ziel wird ein Eingangstest durchgeführt, auf dessen Basis die persönlichen Ziele ausgehandelt werden.

3.3.5 Kursaufbau und Organisation

1. Zeitlicher Rahmen

Jede teilnehmende Person verpflichtet sich, 1 bis 3 Mal pro Woche einen Termin zu 90 Minuten wahrzunehmen. Die Person bleibt so lange im Atelier, bis die angestrebten Ziele erreicht sind. Dies nimmt in der Regel 40 bis 50 Termine in Anspruch. Allerdings brechen einige Teilnehmende den Besuch im Atelier aus unterschiedlichen Gründen auch schon nach einigen wenigen Terminen ab (das Atelier entspricht nicht den Erwartungen, Motivationsmangel, persönliche Probleme etc.), so dass sich rein rechnerisch eine durchschnittliche Verweildauer von etwa 30 Terminen ergibt.

Der Dozent ist nach Möglichkeit bereits eine Viertelstunde vor Beginn des Ateliers anwesend und bleibt eine Viertelstunde länger, so dass die Teilnehmenden die Möglichkeit haben, gestaffelt zu erscheinen und evtl. so auch persönliche Probleme zu besprechen.

Gelegentlich ergibt es sich, dass eine Gruppe von Personen mit ähnlichen Zielen (z.B. Vorbereitung auf eine bestimmte Prüfung) zusammenkommt. Dann lässt sich für diese ein „geschlossenes“ Atelier mit festgelegtem Beginn und Ende durchführen.

2. Durchführungshäufigkeit

Das Atelier läuft ununterbrochen. Pro Woche werden 10 Termine angeboten. Maximal sind dies drei pro Tag (einer am Vormittag, zwei am Nachmittag). Aufgrund langjähriger Erfahrungen gibt es keine Termine mehr am Montag Vormittag und am Freitag Nachmittag.

3. Geschichte

Das Atelier existiert seit etwa 1993. Zuerst handelte es sich um einen Kurs eher konventionellen Zuschnitts. Es zeigte sich aber immer wieder, dass die Bedürfnisse der einzelnen Personen sehr unterschiedlich waren. Aus diesem Grund wurde im Jahr 2000 die jetzige Form entwickelt. Der jetzige Verantwortliche für das Atelier ist seit 10 Jahren dabei.

4. Gruppengrösse

Zielgrösse wären etwa 6-8 anwesende Personen. Da meistens nicht alle Teilnehmenden jeden Termin wahrnehmen können, werden pro Termin bis zu 10 Personen eingeschrieben.

5. Aufwand

Als das Atelier mit seiner individualisierten Form frisch eingeführt wurde, war der Aufwand, um die Arbeitsordner der einzelnen Teilnehmenden zusammenzustellen, beträchtlich. Jetzt, wo ein grosser Fundus an Aufgabenblättern und Computerprogrammen besteht, beträgt das Verhältnis zwischen Präsenz an den Terminen und Vor- bzw. Nachbereitung etwa 1:1.

6. Nachfrage

Pro Jahr nehmen mehr als 200 Personen am Atelier teil.

7. Beteiligte Personen und ihre Qualifikation

Am Atelier wirken drei Personen mit – zwei Männer und eine Frau – welche die 10 Termine unter sich aufteilen. Alle drei haben eine naturwissenschaftliche Grundausbildung und zwei davon eine Weiterbildung als Erwachsenenbildner.

3.3.6 Inhalte

1. Mathematisches Wissen und Können

Da die Inhalte bedarfsorientiert zusammengestellt werden, können sie die ganze Palette mathematischer Bereiche abdecken. Bei vielen Teilnehmenden stehen die Grundoperationen im Zentrum. Je nach Ziel (z.B. Abendgymnasium) kommen auch Themen wie Wahrscheinlichkeitsrechnung etc. zum Zuge.

2. Problemlösen

Bei Bedarf werden minimale PC-Kenntnisse vermittelt. Einmal soll damit erreicht werden, dass die Teilnehmenden mit den verschiedenen computerbasierten Lernprogrammen arbeiten können. Andererseits geht es darum, ihr Selbstvertrauen auch in diesem Bereich etwas zu stärken.

3. Transfer (Arbeit, Arbeitsmarkt, Privatleben)

Die Inhalte werden auf die entsprechenden Bedürfnisse individuell abgestimmt, so dass eine optimale Verzahnung zwischen Atelier und Anwendung möglich ist.

4. Selbstvertrauen

Da keine zeitlichen Limits bestehen, können die Teilnehmenden ihr Tempo frei bestimmen. Dies erlaubt ihnen, ohne Druck allmählich Erfolgserlebnisse zu sammeln und so ihr Selbstvertrauen zu stärken.

5. Selbstständigkeit

Da die Teilnehmenden weitgehend selbstständig arbeiten und der Dozent nur von Zeit zu Zeit bei ihnen vorbeischauen kann, wird ein selbstständiges Arbeiten durch die Anlage des Ateliers implizit gefördert. Dies kann bedeuten, dass Teilnehmende, welche schlechte Voraussetzungen mitbringen, anfangs nur langsam vorankommen.

6. Lernfähigkeit

Um Defizite in diesem Bereich auszugleichen, steht der Kurs „Apprendre à Apprendre" zur Verfügung. Teilnehmende werden bei Bedarf motiviert, für eine gewisse Zeit an diesem teilzunehmen.

7. Bezug zur Person

Der Dozent unterhält sich mit den einzelnen Teilnehmenden immer wieder über ihre aktuelle Lebenssituation, fragt beispielsweise nach, wie ihre Bemühungen verlaufen, sich ins Arbeitsleben zu integrieren. Dadurch ist er auch darüber auf dem Laufenden, wo die Bedürfnisse der Teilnehmenden tatsächlich liegen, und kann ihren Aufgabenordner mit ihnen zusammen bei Bedarf anpassen.

3.3.7 Didaktik

1. Didaktische Grundidee / Grundhaltung

- Jede einzelne Person steht an einer ganz bestimmten Stelle, hat ganz bestimmte Bedürfnisse, Schwierigkeiten und Ziele. Wichtig ist deshalb eine volle Individualisierung des Programms.
- Individuelle Formen des Vorgehens sind zu respektieren. Es macht keinen Sinn, etwas, das jemand über viele Jahre in der Schule eingeübt hat, ändern zu wollen. Zudem gibt es sowieso kaum je nur ein richtiges Vorgehen.
- Da jede Person auf ihre spezifische Art lernt und ihre spezifischen Schwierigkeiten hat, muss die Didaktik jedes Mal individuell angepasst werden.
- Fehler sind wichtig. Entscheidend ist es deshalb, den Teilnehmenden die Angst vor dem Fehlermachen zu nehmen.

2. Mathematikdidaktische Aspekte

- Aufgabe des Dozenten ist es nicht, die richtige Lösung/das richtige Vorgehen zu liefern. Seine Rolle besteht darin, Hinweise zu geben, in welcher Richtung nach Lösungen gesucht werden können und somit die Teilnehmenden zum selbstständigen Denken anzuregen.

3. Standardablauf der einzelnen Kurseinheiten

- Jede/jeder eintreffende Teilnehmende wird individuell begrüsst.
- Kurzes Gespräch über den aktuellen Stand, allenfalls auch über das Leben ausserhalb des Ateliers.
- Alle Teilnehmenden verfügen über einen individuellen Ordner, den sie entweder mitnehmen oder im Atelier lassen. Sie suchen sich mit ihrem Ordner einen Platz und arbeiten an der Stelle selbstständig weiter, wo sie das letzte Mal aufgehört haben. (Ih-

ren persönlichen Ordner können die Teilnehmenden nach Abschluss des Ateliers behalten.)

- Der Dozent zirkuliert zwischen den Teilnehmenden, beobachtet, stellt Fragen und quittiert korrekt gelöste Aufgaben schriftlich mit einem gut sichtbaren Gutzeichen. Gelegentlich kommt es dabei auch zu einen Gespräch über die persönliche Situation ausserhalb des Ateliers.
- Bei grösseren Schwierigkeiten oder wenn es darum geht, die Richtung des weiteren Vorgehens auszuhandeln, versichert der Dozent den einzelnen Teilnehmenden relativ bestimmt, dass sie für ihr momentanes Ziel dieses oder jenes sicher brauchen werden.
- Am Ende werden die Teilnehmenden individuell verabschiedet. Der nächste Termin wird verbindlich bestätigt. Dabei ergibt sich nochmals eine Gelegenheit, über die Situation ausserhalb des Ateliers zu sprechen, da es immer wieder vorkommt, dass Teilnehmende aus verschiedensten Gründen einen Termin auslassen müssen.

3.3.8 Vorhandenes Material

- Eine grosse Menge schriftlicher Übungsblätter
- Auf Excel basierende Übungsprogramme
- Verschiedene computerbasierte Lernprogramme und eine Sammlung von Internetseiten

Das Atelier ist gern bereit, einzelne Materialien auf Anfrage zur Verfügung zu stellen.

3.3.9 Grenzen und Schwierigkeiten des Kursformats

- Durch die vollständige Individualisierung des Ateliers gibt es kaum Berührungspunkte zwischen den einzelnen Teilnehmenden. Meist nehmen sie sich auch bei längerer Teilnahme kaum gegenseitig zur Kenntnis. Das hat zu Folge, dass es kein gemeinsames Lernen gibt und die einen nicht von den Fehlern, Einsichten und Erklärungen der anderen profitieren können. Die Interventionen ihres Dozenten sind ihre einzige Quelle. Diese Schwierigkeit wird insofern etwas abgemildert, als drei Dozenten zur Verfügung stehen und die Teilnehmenden nach einiger Zeit ihre Termine an die Präsenzzeit jenes Dozenten anpassen, der ihnen am besten liegt. Zudem existieren zu einzelnen Themen spezifische Kurse – wie z.B. „Mieux compter pour moins dépenser“ (Haushaltsbudget) –, in denen gemeinsam gearbeitet werden kann.
- Die Interventionen der Dozierenden bleiben notwendigerweise relativ kurz. Das hat zwar den Vorteil, dass die Selbstständigkeit der Teilnehmenden durch kurze Hinweise, in welche Richtung sie weitersuchen sollen, gefördert wird. Es erlaubt aber kaum, bei Bedarf, längere Zeit gemeinsam an einem Problem zu arbeiten.
- Das Atelier bildet einen geschützten Rahmen. Zwischen Teilnehmenden und Dozenten entsteht ein Vertrauensverhältnis, welches den Teilnehmenden erlaubt, mit der Zeit zu Schwächen und Fehlern zu stehen und allmählich ein gewisses Selbstvertrauen aufzubauen. Unklar ist jedoch, ob sich das dazu gewonnene Selbstvertrauen auf andere Lebenssituationen übertragen lässt. Dagegen spricht, dass die Teilneh-

menden Dozentenwechsel vermeiden und vom Kurs fernbleiben, wenn „ihr“ Dozent verhindert ist und ein anderer seinen Termin wahrnehmen muss. Viele Teilnehmende wünschen auch keine Beobachter wie Journalisten etc. im Atelier (meine Anwesenheit verkleinerte die Gruppe auf die Hälfte der normalen Grösse). Vor allem Männer, welche in der Schweiz die normale schulische Grundausbildung besucht haben, scheinen Mühe zu haben, offen zu ihren mathematischen Schwächen zu stehen.

3.3.10 Mögliche Weiterentwicklungen

1. Bedürfnisse Seitens des Anbieters

Liste typischer beruflicher Anforderungen

Vor allem für Personen, welche sich für die Anforderungen eines ganz bestimmten Berufs qualifizieren möchten (z.B. die Gruppe „Hilfsarbeiter“ unter 0), wäre eine Liste typischer Anforderungen für einzelne Berufe/Beschäftigungen nützlich. Ein Anfang einer solchen Liste existiert bereits.

Computerbasierte Lernprogramme

Da computerbasierte Lernprogramme mit ihrer automatisierten Feedbackmöglichkeiten das selbstständige Lernen besser unterstützen als gedruckte Aufgabenblätter, wäre eine Erweiterung der bereits bestehenden umfangreichen Sammlung sehr nützlich.

2. Anregungen für eine Weiterentwicklung

Aktive Meldung von Betreuungsbedarf durch Teilnehmende

Die Zeit, die der Dozent einzelnen Lernenden widmen kann, könnte vielleicht durch ein System optimiert werden, bei dem die Teilnehmenden signalisieren können, ob sie momentan überhaupt Bedarf an einer Betreuung durch den Dozenten haben.

Lernpartnerschaften

Die Schwierigkeiten, welche sich durch die Individualisierung des Unterrichts ergeben, könnten vielleicht durch die Bildung von Lernpartnerschaften – Tandems oder sogar Trios – gemildert werden. Auch wenn es sicher nicht möglich ist, für alle Teilnehmenden eine Person zu finden, welche in etwa die gleichen Ziele hat und an derselben Stelle steht, sollte es doch bei der Grösse der Teilnehmerzahl möglich sein, gelegentlich Lernpartnerschaften bilden zu können. Selbstverständlich verlangen solche Lernpartnerschaften, dass sich die Teilnehmenden auf gemeinsame (Teil-)ziele einigen. Die Nachteile, die sich daraus ergeben, sollten aber durch die Vorteile einer Lernpartnerschaft bei weitem kompensiert werden.

Allerdings hat Retravailler CORREF bereits einmal versucht, Gruppen zu bilden um so eine gewisse Dynamik zu erreichen. Diese Versuche sind gescheitert. Die Voraussetzungen der Teilnehmenden waren meist zu unterschiedlich. Auch wenn sie sich für einen kurzen Moment auf ein gemeinsames Thema einigen konnten, entwickelten sie sich schnell wieder auseinander. Zudem waren sie meist nicht besonders daran interessiert, sich gegenseitig zu helfen. Mit etwas homogeneren Gruppen wären die Versuche vielleicht anders verlaufen. Aber das Publikum von Retravailler CORREF ist ausserordentlich heterogen, sowohl bezüglich seines soziokulturellen Hintergrundes wie auch bezüglich der schulischen Vorbildung.

Lerntagebücher

Vielleicht könnten die Lernprozesse noch verstetigt und intensiviert werden, wenn die Teilnehmenden standardmässig ein geeignetes Lerntagebuch führen würden.

3.4 Kurskonzept #3: Kanton Aargau

3.4.1 Anbieter und Angebot

Anbieter: Stollenwerkstatt in Aarau und **LernWerk** in Turgi (im Auftrag des Kantons Aargau)

Angebot: Pilotprojekt „Alltagsmathematik fördern im Rahmen von Beschäftigungsprogrammen“

Erhebungszeitpunkt: August 2008 bis März 2009

3.4.2 Umfeld

Im Kanton Aargau gab es bisher keine Angebote im Bereich Alltagsmathematik. Angestossen durch das Projekt „Rahmenkonzept Alltagsmathematik“ des SECO beschloss das Kantonale Amt für Wirtschaft und Arbeit (AWA) geeignete Pilotprojekte zu injizieren und lud drei Anbieter von Beschäftigungsprogrammen dazu ein. Zwei davon sahen sich in der Lage, kurzfristig mit einem Versuch zu starten. Der dritte Anbieter (Wendepunkt in Muhen) musste einen solchen Versuch aus Kapazitätsgründen auf später verschieben, beabsichtigt aber ebenfalls, später einen Pilot in der einen oder anderen Art zu realisieren.

3.4.3 Zielgruppe

1. Personenkreis

Erwachsene Stellensuchende, welche sich in einem internen Programm für vorübergehende Beschäftigung (PvB) der jeweiligen Institution befinden. Sie arbeiten dort z.B. in einem Atelier, welches Taschen herstellt, in einer Velowerkstatt, einer Schreinerei, einer Kantine, im Hausdienst etc. Gemäss individuellen Zielvereinbarungen zwischen der stellensuchenden Person, dem RAV und der Programmverantwortlichen werden die Stellensuchenden durch ein zielgruppenorientiertes Bildungs-, Beratungs- und Coaching-Angebot in enger Zusammenarbeit und ergänzend zum Arbeitsbereich unterstützt.

2. Vorwissen

Das Vorwissen ist sehr unterschiedlich, je nach Bildungsbiographie und Berufserfahrungen der Programmteilnehmenden. Man findet gut qualifizierte Immigranten neben Personen mit nur ganz geringen Vorkenntnissen.

3. Lebensumstände

Es handelt sich ausnahmslos um Personen, die zurzeit arbeitslos sind und wenig Chancen haben, schnell wieder eine Stelle zu finden.

4. Sprachkenntnisse

Die Sprachkenntnisse sind unterschiedlich. Alle fremdsprachigen Personen mit eingeschränkten Deutschkenntnissen werden im Rahmen des Beschäftigungsprogramms in niveaugerechten arbeitsmarktorientierten Deutschkursen sowie durch gezielte Deutschförderung am Arbeitsplatz weitergebildet.

5. Anlass, Motivation

Die Kurse werden als Teil des Programms angeboten, an dem die entsprechenden Personen bereits teilnehmen.

6. Rekrutierung

Die Leiterinnen der Pilotkurse motivieren zusammen mit den Arbeitsgruppenleitenden geeignete Personen, am Angebot teilzunehmen.

3.4.4 Ziele

1. Allgemeine explizite und implizite Lernziele

- Stollenwerkstatt: Das Angebot ist zeitlich limitiert. Angestrebt wird, dass die Teilnehmenden in ausgewählten Bereichen mehr Sicherheit gewinnen. Die Auswahl der Bereiche ergibt sich einerseits aus einer Bedürfnisabklärung bei Arbeitsgruppenleitenden, bei den die Teilnehmenden beschäftigt sind, und andererseits aus den Bedürfnissen, welche die Teilnehmenden während des Kurses äussern.
- LernWerk: Die Ziele werden individuell festgelegt. Angestrebt wird, dass die Teilnehmenden wahrnehmbare Fortschritte in den Punkten gemacht haben, in denen sie sich unsicher fühlten.

2. Assessment

- **Stollenwerkstatt**: Eingangs findet kein eigentliches Assessment statt.

- **LernWerk**: Potentielle Teilnehmende erhalten im Rahmen der Zeit, welche für das individuelle Bewerbungstraining (IBT) vorgesehen ist, die Gelegenheit, sich selbst einzuschätzen. Sie erhalten dazu einen Satz von Kärtchen mit Begriffen wie „Fahrplan lesen“, „Geld herausgeben“ etc., die sie als Pyramide anordnen sollen. Gebiete, welche ihnen keine Mühe machen, bilden die Basis der Pyramide und zeigen gleichzeitig das persönliche Fundament. Problematische Gebiete werden mehr oder weniger weit oben eingeordnet. Der Kärtchensatz enthält auch Begriffe ausserhalb des Bereichs Alltagsmathematik, so dass die Resultate der Selbsteinschätzung auch in anderen Zusammenhängen genutzt werden können, wie für Qualifikationsprofile bei der Stellensuche und bei Bewerbungen allgemein. Der Ablauf ist so gestaltet, dass nicht der Eindruck einer „Prüfung“ entsteht.

Beide Organisationen befragen eingangs sowohl Teilnehmende wie Gruppenleiter, mit welchen Erwartungen sie an den Angeboten teilnehmen. Nach Abschluss werden wieder beide dazu befragt, ob sich diese Erwartungen erfüllt haben. In Abklärung ist eine Erweiterung des Projektes durch Gruppeninterviews von Programmteilnehmenden in einzelnen Arbeitsgruppen der Stollenwerkstatt, des LernWerk und der Stiftung Wendepunkt.

3.4.5 Kursaufbau und Organisation

Die beiden Organisationen haben sich für zwei verschiedene Formate entschieden.

Stollenwerkstatt: Kurs mit definiertem Anfang und Ende und einem mehr oder weniger vorgegebenen Curriculum.

LernWerk: Individuelles Beratungssetting; die Teilnehmenden haben Zeit, während der Periode, welche für das individuelle Bewerbungstraining (IBT) vorgesehen ist, betreut an alltagsmathematischen Fragestellungen zu arbeiten.

1. Zeitlicher Rahmen

Stollenwerkstatt: Der Pilotkurs umfasst 7 Module zu 2 Stunden und dauerte, nach einem ersten Vorpilotmodul Ende November 08, von Ende Januar bis Mitte März 09.

LernWerk: Jedem Teilnehmenden/jeder Teilnehmenden, der oder die diese Fragen anpacken will, steht nach Möglichkeit pro Woche eine halbe Stunde Zeit zur Verfügung. Die Dauer der Teilnahme ist nicht beschränkt.

2. Durchführungshäufigkeit

Es handelt sich um eine einmalige Durchführung eines Pilotversuchs.

3. Geschichte

Bisher gab es keine Angebote in diesem Bereich.

4. Gruppengrösse

Stollenwerkstatt: Pro Modul 5 – 9 Personen. Die Gruppe erweiterte sich von den ursprünglich 5 auf 9 Personen. Insgesamt nahmen ca. 20 Personen am Pilotkurs teil.

LernWerk: Einzelberatung von ca. 6 Personen.

5. Aufwand

Für die Vorbereitung der Pilotdurchführungen war der Aufwand naturgemäss relativ hoch. Auf Grund der Erfahrung mit Konzept #2 ist zu erwarten, dass bei einem individualisierten bedürfnisorientierten Angebot sich der Aufwand von 4:1 oder 3:1 im Verhältnis 1:1 einpendeln wird.

6. Nachfrage

Bei beiden Angeboten ist die Teilnahme grundsätzlich freiwillig.

- Stollenwerkstatt: Eine der beiden Kursleiterinnen ist gleichzeitig Gruppenleiterin in einer Lederwerkstatt und Recycling-Werkstatt. Dank des direkten Kontakts zu beiden Gruppen konnte sie viele Gruppenmitglieder problemlos zur Teilnahme motivieren. Unterdessen hat sich das Angebot herumgesprochen und scheint auf Interesse zu stossen.
- LernWerk: Zumindest zu Beginn erweist es sich als nicht ganz einfach, Teilnehmende zu motivieren, da für sie die Thematik im Rahmen des Bewerbungstrainings noch ungewohnt war. Es zeigt sich aber, dass es sich dabei um Anlaufschwierigkeiten handelte, denn das Angebot etabliert sich mehr und mehr.

7. Beteiligte Personen und ihre Qualifikation

Drei Dozentinnen, alle

- langjährige Erfahrung in der Erwachsenbildung, v.a. im Bereich Sprachförderung und Allgemeinbildung
- langjährige Erfahrung mit der spezifischen Zielgruppe
- unterschiedliche Lerngeschichte bezüglich Mathematik, aber alle ohne Berührungsängste

3.4.6 Inhalte

1. Bedarfserhebung

In beiden Institutionen führen die Kursleiterinnen bei den Arbeitsgruppenleitenden eine kleine Umfrage bezüglich der, an den jeweiligen Arbeitsplätzen, benötigten alltagsmathematischen Kompetenzen durch.

Stollenwerkstatt

Befragt wurden: Schreinerei, Hausdienst, Lederwerkstatt/Glasrecycling, Kantine. Als Grundlage für die Befragung diente das Kompetenzprofil Alltagsmathematik.

Messen & Mass

- Masssysteme, Masseinheiten für Länge, Gewicht und Geld kennen
- Vertrautheit mit Massen für Volumen, Gewicht, Zeit, Geschwindigkeit, Geld etc. inkl. sprachlicher Bezeichnung wie ‚Mega', ‚Kilo', Dezi' und ‚Milli'
- Mit Massstab und Waage Messungen vornehmen
- Einfache dreidimensionale Körper vermessen können
- Grössenangaben von einer Einheit in eine andere umrechnen können (auch Zeit)

Zahlenstrahl & Rechnen

- Zahlen ordnen und vergleichen (grösser/kleiner) können
- Rechnen mit und ohne Taschenrechner (schriftlich addieren usw.)
- Allgemeines Gefühl für Zahlen, für negative und positive Zahlen, für Prozentwerte, für Verhältnisse, für Brüche etc.
- Rechnen beim Verkaufen

Resultat abschätzen

- Einschätzen, ob die in einem Resultat verwendeten Einheiten und Grössenordnungen von Masszahlen der gegebenen Problemsituation gerecht werden und zu einer sinnvollen Genauigkeit führen
- Gefühl für sinnvolle Genauigkeit

Prozent & Lohn

- Thema Prozentrechnen im Zusammenhang mit Lohnprozenten, Ferienanteil, Mischverhältnisse
- Geld
- Lohnberechnungen Brutto bzw. Netto

Pläne & Geometrie

- Hilfsmittel wie Lineal, Geodreieck gebrauchen, um festzustellen, ob zwei Linien parallel oder rechtwinklig zueinander sind, bzw. um entsprechende Linien zu zeichnen
- Umgang mit Plänen, Karten etc. aller Art
- Aus einem Plan auf das Abgebildete schliessen
- (Massstabsgetreue) Pläne oder Skizzen anfertigen

Tabellen & Graphiken

- Umgang mit Wertetabellen und grafischen Darstellungen von Funktionen
- Gewichtstabellen
- Waschmittelmenge aus Tabelle

Proportionen

- Einfache Berechnungen und Abschätzungen zu Proportionalitäten
- Menü umrechnen
- Verdünnen

Wahrscheinlichkeit

- Gefühl für Wahrscheinlichkeiten und Wissen darüber, wo das Gefühl trügen kann
- Verständnis für die Aussagekraft von Stichproben

Die Themen wurden in der Planung in Reihenfolge den 7 Kurstagen zugeordnet (je ein Thema pro Tag plus 2 Themen Reserve).

LernWerk

Befragt wurden folgende Abteilungen:

Crea-Atelier

- Längenmasse kennen und anwenden
- m, cm, mm
- Reissverschlüsse messen
- Taschenhenkel messen
- Messen mit Geo-Dreieck
- Materialkosten berechnen
- Lfm-Preis
- m2-Preis

Atelier Inform

- Längenmasse kennen und anwenden
- Winkel-Kontrolle
- Durchmesser und Umfang berechnen können
- Teilen (Brüche)

Küche

- Geld wechseln
- Wechselgeld berechnen
- Jeton-Kosten berechnen
- Mengeneinheiten
- Kilogramm, Gramm, Deziliter, Liter
- Einheiten kennen und anwenden, wägen
- Hauptrechenoperation: Multiplikation (von einer Menge z.B. das 5-fache zubereiten)

Areal/Velowerkstatt

- Addieren, subtrahieren, dividieren können
- Pläne lesen
- Massstab umrechnen
- Kopfrechnen beim Zusammenstellen von Rechnungen

Hausdienst/Wäscherei

- Waschmittel dosieren
- Masse kennen wie ml, dl etc.
- In einem Verhältnis verdünnen können, z.B. 1 : 5

Schreinerei

- Addieren, subtrahieren, teilen (Brüche)
- Masse umrechnen (m, mm, cm, dm); gebraucht werden v.a. mm
- Abstände ausrechnen
- Für ein Lattenrost oder Ähnliches Abstände der Schrauben berechnen

Bürowerkstatt

- Wechselgeld im Büroshop
- Rechnungskontrolle – überschlagen (abschätzen) ob die Rechnung stimmt
- Abmessen

2. Tatsächlich behandelte Inhalte

Stollenwerkstatt

Im Beobachtungszeitraum haben sechs der sieben geplanten Module stattgefunden. Die Themen waren:

1. Prozentrechnen (Beispiel: Verluste beim Herstellen von Rahmkaramell)
2. Lohnausweis (nochmals Prozentrechnen; aber auch allgemeine Fragen zu der Form der Abzüge, Arbeitgeberbeiträge, Sozialversicherungen etc.)
3. Leder für eine Tasche zuschneiden (im Zentrum: Einzeichnen der benötigten Stücke auf einer „Kuhhaut" aus Packpapier; aber auch Form einer Bestellung, Margen etc.)
4. Eine neue Wohnung auswählen (im Zentrum: Herauslesen der Wohnfläche aus Wohnungsplänen; aber auch Mietzins, Nebenkosten etc.)
5. Autokosten berechen mit und ohne Leasingverträge (im Zentrum: Lesen von Leasingverträgen, berechnen der Leasing-Raten, der jährlichen Autokosten bei Kauf oder Leasing, Fragen zum Budget, Autoversicherungen und Verschuldung).
6. Steuererklärung 2008 (Checkliste zu den notwendigen Unterlagen, Angaben zum Einkommen (einfache Lohnabrechnung, Wertschriften) mögliche Abzüge gemäss Vorlage übertragen und berechnen.
7. Verkauf, Kasse (Herausgeben von Wechselgeld); Sudoku

3. Mathematisches Wissen und Können

- Zahlen und Grössen: Grundoperationen mit Taschenrechner
- Formen und Raum: Konstruktion von Rechtecken mit gegebenen Abmessungen; Lesen von architektonischen Plänen mit unterschiedlichen Massstäben
- Grösse und Masse: Gewicht (gr, kg); Längenmasse (mm, cm, m); Geld (Franken, Rappen)

- Funktionale Zusammenhänge: Prozentrechnen
- Stichproben und Zufall: -

4. Problemlösen

-

5. Transfer (Arbeit, Arbeitsmarkt, Privatleben)

Vor allem die Module 2 und 3 (Lohnausweis und Taschen zuschneiden) haben einen sehr direkten Bezug zum privaten (etwa zur Zeit des Kurses erhielten die Teilnehmenden ihre Lohnausweise für das letzte Jahr zuhanden der Steuererklärung) und beruflichen (alle Teilnehmenden arbeiten Lederatelier und produzieren dort Taschen) Alltag. Module 5 und 6 nehmen aktuelle von den Teilnehmenden eingebrachte Themen wie Autoleasingkosten und Steuererklärung 08 (im Kanton Aargau bis Ende März 09 einzureichen) auf.

6. Selbstvertrauen

Im Gruppensetting ermöglicht es die spielerische Form der Aufgaben, den Teilnehmenden unbeschwert auf die Aufgaben einzugehen und so zu erleben, dass sie durchaus über gewisse Kompetenzen verfügen. Die Kursleitenden verhalten sich partizipativ und stehen dazu, dass auch ihnen manchmal Rechenfehler unterlaufen. Dadurch entsteht gelegentlich zwischen den Gruppen und einzelnen Gruppen und den Kursleiterinnen eine Art Wettbewerb, aus dem manchmal auch die Teilnehmenden „siegreich“ hervorgehen.

Das Einzelsetting erlaubt ganz viel Klärung und Auflösung von alten Ängsten. Aussage einer TN nach der Erläuterung wie m^2 ausgerechnet werden: „Das ist ja ganz einfach“. Und dieses „einfach“ bringt Freude und Neugierde gegenüber der Mathematik zurück und steigert das Selbstverstrauen.

7. Selbstständigkeit

-

8. Lernfähigkeit

Es wird versucht, die Grundhaltung zu vermitteln, dass Lernen und Weiterlernen Bestandteile des normalen (Berufs)Alltags sind. Lernen geschieht dabei manchmal in kleinen Schritten. Aber auch solches Lernen ist echtes Lernen. Lernen findet nicht nur statt, wenn grosse Aha-Erlebnisse einsetzen. Die Teilnehmenden erfahren auch, dass Verstehen, den Weg zum Können ebnet und so Lernen einfach und lustvoll werden kann.

9. Bezug zur Person

LernWerk

Zwar haben erst wenige Personen teilgenommen, es lassen sich aber erste Trends erkennen. Bisher spielte v.a. das ***Prozentrechnen*** und Flächenberechnungen eine wichtige Rolle.

3.4.7 Didaktik

1. Didaktische Grundidee/Grundhaltung

- Beide Angebote gehen davon aus, dass es wichtig ist, die Teilnehmenden dort abzuholen, wo sie stehen und ihnen Lösungen für ihre tatsächlichen Probleme anzubieten.
- Daraus resultiert eine gewisse Flexibilität in der Durchführung der Angebote. Auch bei den fest geplanten 7 Modulen in der Stollenwerkstatt wurden sowohl die Reihenfolge wie auch die genauen Inhalte der einzelnen Blöcke den Reaktionen der Teilnehmenden und deren Wünschen angepasst.
- Themen wie „Lohnausweis", „Wohnungswahl" etc. weisen auch verschiedenste, nicht mathematische Aspekte auf. Auch diese erhalten ihren Platz, so dass eine enge Verzahnung von Förderung im Bereich Mathematik, Sprachförderung und Allgemeinbildung entsteht.
- Damit die Teilnehmenden vorhandene Schwierigkeiten eingestehen können und breit sind, dazuzulernen, ist ein gutes Vertrauensverhältnis zentral.
- Der Pilotkurs in der Stollenwerkstatt wird gemeinsam von einer Gruppenleiterin aus dem Arbeitsbereich und einer Kursleiterin aus der Abteilung Bildung entwickelt und im Teamteaching durchgeführt. Die enge Zusammenarbeit der beiden Projektmitarbeiterinnen aus den Bereichen Arbeit und Bildung ermöglicht wesentliche Synergien und wird von beiden als ideale Ergänzung erlebt.

2. Mathematikdidaktische Aspekte

- Beide Angebote gehen davon aus, dass Lösungen gemeinsam entwickelt werden müssen, damit die Teilnehmenden diese sich zu Eigen machen können. Der Wissensvorsprung der Kursleitenden ist nicht dazu da, die richtige Lösung zu präsentieren, sondern wird genutzt, um den sich entwickelnden Lösungen eine produktive Richtung zu geben.

3. Standardablauf der einzelnen Kurseinheiten

Stollenwerkstatt

- Ins Zentrum des Blocks wird eine vielschichtige Aufgabe gestellt (z.B. Wohnungssuche: Vergleich der Beschreibung von Wohnungsinseraten mit Wohnungsplänen; Schätzen der Wohnfläche anhand der Pläne; Herausmessen der exakten Wohnfläche etc.)
- Die Teilnehmenden erarbeiten in kleinen Gruppen aufgrund ihres Vorwissens Lösungen und Vorgehensweisen für diese Situation.
- Diese Vorgehensweisen werden vorgestellt und diskutiert; die jeweiligen Vor- und Nachteile werden herausgearbeitet.
- Sofern nötig, führt die Dozentin eine weitere Vorgehensweise ein, welche die Stärken der Vorgehensweisen der Teilnehmenden aufnimmt und deren Schwächen vermeidet.

LernWerk

- Ausgangspunkt ist die von den einzelnen Teilnehmenden gelegte Pyramide der Themen. Anhand von ihr wird festgelegt, welches Thema besprochen werden soll. Die Pyramide dient auch zur Dokumentation der bearbeiten Themen.
- Die Teilnehmenden werden aufgefordert, konkrete Situationen zu schildern, die sie mit dem gewählten Thema verbinden und die sie besser bewältigen möchten.
- Das weitere Vorgehen hängt von den aufgeworfenen Fragen ab:
  - **Situatives Problem:** Im Zentrum steht die Bewältigung einer ganz konkreten Situation, z.B. die Frage, wann man auf den Zug gehen muss, wann man sich zu einer bestimmten Zeit an einem anderen Ort vorstellen soll. Gemeinsam wird ein konkretes Vorgehen aus einer Mischung von Problemlösetechniken, Rechentechniken, Hilfsmitteln etc. erarbeitet und getestet.
  - **Konzeptionelles Problem:** Im Zentrum steht das Bemühen, ein bestimmtes Konzept, wie z.B. Prozente, zu verstehen. Die Struktur konkreter Beispiele wird modelliert, bis das Zusammenspiel der drei Welten und die wichtigsten Aspekte des mathematischen Konzepts sichtbar werden.
  - **Rechnerisches Problem:** Das eigentliche Problem ist rechentechnischer Natur, z.B. macht das Herausgeben des Wechselgeldes an der Kasse in der Kantine Mühe. Das entsprechende Vorgehen wird Vorgemacht und dann mittels geeigneter Aufgaben (z.B. computerbasierte Lernprogramme) geübt.

3.4.8 Vorhandenes Material

- „Erweiterte Kulturtechnikpyramide" (der im LernWerk für das Assessment eingesetzte Kärtchensatz)
- Aufgabenmaterial zu den Gruppenarbeiten in den Blöcken der Stollenwerkstatt

3.4.9 Grenzen und Schwierigkeiten des Kursformats

- **Stollenwerkstatt**: Erkennbar ist im Moment vor allem, dass die Menge der möglichen Themen und auch das Interesse der Teilnehmenden bei weitem den Rahmen der geplanten 7 Blöcke übersteigt. Dies führt dazu, dass verschiedene Punkte nur angesprochen, nicht aber vertieft angegangen werden. Unklar ist auch, wie weit z.B. Verständnisschwierigkeiten einzelner Teilnehmender in der Dynamik der Gruppeninteraktion untergehen und unbemerkt bleiben.
- **LernWerk**: Die 1:1 Situation ermöglicht es zwar, ein gutes Vertrauensverhältnis aufzubauen und ganz gezielt auf die Schwierigkeiten der einzelnen Teilnehmenden einzugehen. Die Interaktion lebt jedoch stark von den Inputs und Ideen der coachenden Person. Es fehlt der Input und die Anregungen durch Gleichgestellte. Zudem scheint die Hürde zur Teilnahme höher zu sein als z.B. in der Stollenwerkstatt, wo einzelne durch die Gruppe mitgerissen werden können. Entsprechend intensiver muss die Motivationsarbeit durch die Kursleitung ausfallen.

3.4.10 Mögliche Weiterentwicklungen

1. Bedürfnisse seitens des Anbieters

Übungsmaterial zu den einzelnen Themen

Wenn die Teilnehmenden angeregt die einzelnen Blöcke verlassen, wäre es praktisch, man könnte ihnen geeignetes Übungsmaterial mitgeben, um freiwillig das Erarbeitete zu festigen. Aktuell fehlt eine solche Materialsammlung noch.

2. Anregungen für eine Weiterentwicklung

Kombination der beiden Formate

Die Grenzen und Schwierigkeiten der beiden Formate sind komplementär. Interessant wäre es, eine Kombination zu versuchen, bei der beide Varianten für die gleiche Zielgruppe parallel angeboten werden.

Themen konsequent zu Ende bearbeiten

So wie die bisherigen Blöcke in der Stollenwerkstatt verlaufen sind, erhalten die Teilnehmenden die Gelegenheit, sich mit einem Themenkreis, einem Aufgabenkreis auseinander zu setzen, gruppenweise Lösungen zu entwickeln und diese Lösungen zu vergleichen und zu diskutieren. Je nachdem, welches Vorwissen die Teilnehmenden mitbringen, genügt dies. Oft dürfte es aber nötig sein, aus der Diskussion verbesserte Lösungsverfahren abzuleiten und diese auch einzuüben. Es wäre interessant, den Ablauf beim Angebot der Stollenwerkstatt entsprechend zu erweitern. Dazu wäre es allerdings notwendig, Themen flexibel auf einen zweiten Block auszuweiten, da die Zeit innerhalb eines zweistündigen Blocks dafür nicht ausreicht.

3.5 Vergleichende Zusammenfassung

3.5.1 Die Angebote im Vergleich

Die beschriebenen Angebote decken ein breites Spektrum ab. Sie unterscheiden sich sowohl in den Zielen, die erreicht werden sollen, wie auch in der Form der Kursgestaltung.

Formale Ziele (*vgl. Tab 4*)**:** Die Angebote sind mehr oder weniger eng auf ein bestimmtes Ziel fokussiert. Am engsten und am präzisesten ist das Angebot des CIP ausgerichtet, das im Wesentlichen eine Prüfungsvorbereitung auf eine ganz spezifische Ausbildung bietet. Ein extremes Gegenstück dazu bildet das „atelier de calculs", wo die Teilnehmenden individuell sich beliebige Ziele setzen können. Die beiden Angebote im Kanton Aargau liegen irgendwo dazwischen.

Ein mögliches formales Ziel wird durch keines der Angebote abgedeckt: Die Unterstützung Lernender während einer laufenden Ausbildung. Allerdings lassen sich Beispiele für solche „Nachhilfekurse" an vielen Orten finden, z.B. bei Stütz- und Förderkursen an Berufsfachschulen.

Inhaltliche Ziele (vgl. *Tab 4*)**:** Die Angebote lassen sich bezüglich der behandelten Inhalte in zwei Gruppen einteilen. Auf der einen Seite stehen die Angebote des CIP und von Retravailler CORREF, welche vor allem das „Rechnen" im Fokus haben (technische Probleme und fehlende Automatismen). Bei den beiden anderen Angebote hingegen stehen eher situative Fragestellungen im Zentrum. Dank des Einzelcoachings ist das Angebot des LernWerks Turgi aber auch offen gegenüber technischen Problemen und fehlenden Automatismen. Konzeptionelle Probleme lassen sich hingegen in diesem Zusammenhang weniger gut bearbeiten. Hier liegt die Stärke des Angebotes der Stollenwerkstatt.

Art der Zielsetzung (vgl. *Tab 4*)**:** Beim Angebot des CIP sind die Ziele durch die formale Zielsetzung gegeben und für alle Teilnehmenden identisch. Im „atelier de calculs" werden die Ziele individuell festgelegt. Je nach formaler Zielsetzung (welche auch eine Prüfungsvorbereitung sein kann) können sie aber auch in diesem Fall (individuell) fix sein. Bei den beiden anderen Angeboten findet hingegen ein dynamischer Aushandlungsprozess statt, in dessen Verlauf sich die Ziele ändern können und durch den gewährleistet werden soll, dass in der zu Verfügung stehenden Zeit an den Punkten am intensivsten gearbeitet wird, bei denen die grösste Aufnahmebereitschaft besteht. Naturgemäss ist in der Stollenwerkstatt die ganze Gruppe in diesen Prozess einbezogen, im LernWerk dagegen nur jeweils eine einzelne Person.

Form der Interaktion (vgl. *Tab 4*)**:** Die Interaktion zwischen Kursleitenden und Teilnehmenden ist bei jedem der vier Angebote etwas anders gestaltet. Bei den Angeboten des CIP und der Stollenwerkstatt lernen die Teilnehmenden als Gruppe gemeinsam. Bei den anderen Angeboten werden sie individuell betreut. Allerdings gibt es bei beiden Varianten Unterschiede zwischen den beiden Vertretern. Beim Angebot des CIP ist die Lerngruppe klar auf den Kursleitenden zentriert. Er steuert die Kommunikation, erteilt die Aufträge, legt die Themen fest. In der Lernwerkstatt dagegen arbeiten die Teilnehmenden oft in Gruppen an einer Fragestellung und die Kursleitenden treten als Coaches dieser Gruppen auf.

Auch die Einzelbetreuung im „atelier de calculs" und im LernWerk unterschiedet sich deutlich. Im „atelier de calculs" arbeiten die Teilnehmenden mehrheitlich selbstständig; die Kursleitung kann ihnen ihre Aufmerksamkeit immer nur für kurze Zeit widmen. Im LernWerk dagegen findet während längerer Zeit eine intensive Auseinandersetzung zwischen Kursleitender und Teilnehmenden statt.

	CIP	COR	ST	LW
Formales Ziel				
Vorbereiten auf eine (weiterführende) Ausbildung	X	X		
Stützung bzw. Besserqualifizierung für die bestehende Arbeit/Aufgaben (Beruf, Bewerben, Lebensführung)		X	X	X
Ergänzung/Stützung für eine bestehende Ausbildung				
Allgemeine Erhöhung der Sicherheit und des Selbstvertrauens		X	X	X
Inhaltliches Ziel (vgl. Abschnitt 2.5)				
Situative Probleme			X	X
Konzeptionelle Probleme			X	
Technische Probleme	X	X		X
Fehlende Automatismen	X	X		X
Art der Zielsetzung				
Vorgegebene Ziele	X			
Individuell ausgehandelte Ziele		X		X
Entwicklung der Ziele zusammen mit der Gruppe			X	
Form der Interaktion				
Zentral geleitete Klasse	X			
Begleitete Gruppen			X	
Individuelles, betreutes Arbeiten		X		
Einzelcoaching				X

Tab 4: Vergleich der vier Angebote

Legende:

CIP: Centre interrégional de perfectionnement, Tramelan/Bienne
COR: Retravailler CORREF, Lausanne (atelier de calculs)
ST: Stollenwerkstatt, Aarau
LW: Lernwerk, Turgi

3.5.2 Mögliche Entwicklungen

Die Zusammenstellung zeigt, dass generell ein Bedarf nach ganz unterschiedlichen Angeboten besteht. Zwar ist allen beschriebenen Angeboten gemeinsam, dass sie je auf ihre Art ressourcenorientiert arbeiten. Überall wird versucht, das vorhandene Vorwissen aufzugreifen und die unterschiedlichen, individuellen Zugänge zu würdigen.

Über diese Gemeinsamkeit hinaus unterscheiden sich die Angebote aber beträchtlich. Dies ergibt sich notwendigerweise schon aus den unterschiedlichen formalen Zielsetzungen. Aber auch aus der Vorgeschichte und der aktuellen Lebenssituation der Teilnehmenden. Erfahrene Berufsleute, die sich gezielt auf eine ganz bestimmte Umschulung vorbereiten (CIP), benötigen ein anderes Format als verunsicherte Arbeitslose in einem Beschäftigungsprogramm (Stollenwerkstatt, LernWerk). Um diesen unterschiedlichen Bedürfnissen gerecht zu werden, wird es notwendig sein, ein Raster von vielleicht fünf bis sechs verschiedenen Kursformaten zu entwickeln, welche die ganze Breite abdecken. Die hier beschriebenen vier Varianten bieten einen guten Ausgangspunkt dafür.

Dabei wird auch die Frage des idealen Verhältnisses zwischen Lernen in der Gruppe und individualisiertem Lernen zu diskutieren sein. Eine radikale Individualisierung, wie z.B. im „atelier de calculs“, trägt dem Umstand Rechnung, dass sowohl die Ziele wie auch das Vorwissen und die Schwierigkeiten einzelner Lernender sehr unterschiedlich sein können. Ein voll individualisiertes Angebot kann darauf optimal eingehen.

Für ein solches Angebot ergeben sich aber zwei Nachteile. Zum einen kann für die einzelnen Lernenden nur beschränkt Zeit eingesetzt werden – wie vor allem das Beispiel „atelier de calculs“ zeigt. Zum anderen fehlt ein unter Umständen fruchtbarer Austausch zwischen Lernenden auf gleichem Niveau. Je nach Zielsetzung braucht dies kein Nachteil zu sein. Geht es vor allem darum, fehlende Automatismen zu erweben, können die Lernenden sehr wohl weitgehend selbstständig mit minimaler Betreuung arbeiten. Stehen aber konzeptionelle Probleme im Vordergrund, ist es notwendig, dass die Lernenden über längere Zeit betreut an den sich stellenden Problemen arbeiten können. Dies lässt sich vom Aufwand her eher in einer Gruppe realisieren, wobei die Lernenden dann auch gleichzeitig noch von der Interaktion in der Gruppe profitieren können.

4. Didaktisches Begleitmaterial

4.1 Einleitung

Im Folgenden findet sich eine Sammlung kurzer Texte, welche verschiedenste Fragen im Zusammenhang mit der Förderung alltagsmathematischer Kompetenz ansprechen. Die Texte sind so konzipiert, dass sie einzeln gelesen werden können, auch wenn Zusammenhänge zwischen ihnen und mit einigen Texten aus dem Teil „Bausteine" bestehen.

Die Texte enthalten Anregungen zu verschiedenen konzeptionellen und didaktischen Fragen. Sie stellen aber kein eigentliches Lehrbuch der Didaktik der Alltagsmathematik dar. Vielmehr handelt es sich um eine lose Sammlung von Texten, welche sich bei der Schulung und Beratung von Kursleitenden als nützlich erwiesen haben.

Der Ausarbeitungsgrad der einzelnen Texte ist recht unterschiedlich. Bei einigen handelt es sich um oft überprüfte und entsprechend gut durchdachte Konzepte, so z.B. „Verstehen von Konzepten fördern" oder „Verfahren einüben". Andere sind nicht viel mehr als erste Ideen, meist entstanden aus Diskussionen bei der Beratung einzelner Projekte. In diese Kategorie fällt etwa „Situatives Problemlösen fördern".

Die am Schluss angefügte Materialienliste erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Sie enthält Hinweise auf ein paar nützliche Websites und einige Arbeitsblätter, die sich im Laufe der Arbeit an den verschiedenen Texten angesammelt haben.

4.2 Alltagsmathematik und akademische Mathematik

„Am Arbeitsplatz wird konkrete Mathematik benötigt, fortgeschrittene Anwendungen elementarer Mathematik und nicht elementare Anwendung fortgeschrittener Mathematik."[16]

Man könnte den Ausdruck „Alltagsmathematik" so verstehen, dass es darum geht, in der Schule gelernte „Mathematik" auf Situationen im beruflichen und privaten Alltag anzuwenden. Diese Interpretation wäre aber falsch. Denn die Schule behandelt üblicherweise eine ganz bestimmte Art von Mathematik, die man zur Abgrenzung „akademische Mathematik" oder „Schulmathematik" nennen könnte. „Alltagsmathematik" unterscheidet sich davon oft grundsätzlich. Dazu ein Beispiel:

[16] Forman, S. L., & Steen, L. A. (1995). Mathematics for Work and Life. In I. M. Carl (Ed.), *Prospects for School Mathematics: Seventy-Five Years of Progress* (pp. 219-241). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. S. 228 (Übersetzung H. Kaiser)

4.2.1 Infusionen vorbereiten

Im Rahmen eines Forschungsprojektes[17] wurden Pflegende in einem Kinderspital beobachtet, wie sie eine Infusion vorbereiteten. Wie üblich hatte der Arzt oder die Ärztin festgelegt, wie viel Milligramm eines Wirkstoffs ein bestimmtes Kind erhalten sollte – im beobachteten Fall 200 mg. Zur Verfügung standen standardisierte Packungen, die jeweils 120 mg Wirkstoff gelöst in 2 ml Flüssigkeit enthielten. Die Pflegenden mussten sich beim Vorbereiten der Infusion überlegen, wie viele Packungen sie benötigten, um die vorgegebene Menge Wirkstoff zu erreichen.

Aus der Sicht der „akademischen Mathematik" handelt es sich hier um eine „Proportion" oder einfach um einen Dreisatz: „Eine Packung enthält 120 mg Wirkstoff. Wie viele Packungen enthalten 200 mg Wirkstoff?" Entsprechend hatten die Pflegenden in der Ausbildung die sogenannte „nursing rule" kennengelernt:

$$WasDuBrauchst(ml) = \frac{WasDuWillst(mg)}{WasDuHast(mg.pro.Packung)} * MengeInDerGeliefertWird(ml.pro.Packung)$$

Mit den Zahlen des Beispiels

$$3.333ml = \frac{200mg}{120mg/Packung} * 2ml/Packung$$

Die Beobachtungen zeigten nun aber, dass diese Berechnungsart im Berufsalltag selten gebraucht wurde. Die wenigsten Pflegenden griffen zu Papier und Bleistift oder zückten den Taschenrechner. Stattdessen gelangte meist folgende Strategie zur Anwendung:

Ausgehend von dem Zahlenpaar auf der Packung (z.B. 20 mg in 10 ml) bildeten die Pflegenden vor ihrem inneren Auge das Bild von zwei parallelen Skalen; etwa wie folgt:

20 mg	10 ml
10 mg	5 ml
5 mg	2.5 ml
1 mg	0.5 ml
0.5 mg	0.25 ml

Tab. 2: Modell einer parallelen Skala

Wurde nun z.B. eine Dosis von 5 mg verlangt, sprangen sie auf beiden Skalen gleichzeitig in die entsprechende Richtung. Dabei machten sie rechnerisch einfach zu bewältigende Sprünge, also z.B. von 20mg/10ml zu 10mg/5ml (halbieren) und dann zu 5mg/2.5ml (nochmals halbieren). So konnten sie schnell und mit grosser Sicherheit die jeweils benötigte Flüssigkeitsmenge bestimmen.

Diese Alltagsstrategie hat gegenüber der „nursing rule" den Vorteil, dass sie viel weniger fehleranfällig ist. Dasselbe innere Bild von „Milligramm Wirkstoff gelöst in Milliliter Flüssigkeit" bleibt während des ganzen Vorgangs erhalten. Es kommt zu keinen Zwischenresultaten (wie nach dem Dividieren bei der „nursing rule"), die schwierig zu interpretieren sind. Es entste-

[17] Hoyles, C., Noss, R. & Pozzi, S. (2001). *Proportional Reasoning in Nursing Practice.* Journal for Research in Mathematics Education 32(1): 4-27.

hen dadurch kaum unentdeckte Rechnungsfehler. Und schon gar keine wirklich gefährlichen, wie sie beim Rechnen nach der „nursing rule" auftreten können, wenn man sich beispielsweise beim Dividieren um eine Kommastelle vergreift und plötzlich das Zehnfache des richtigen Wertes erhält.

Das Beispiel zeigt, dass die „akademische Mathematik" zwar mächtige und vielseitig anwendbare, aber nicht unbedingt praktische Werkzeuge anbietet. Das Verhältnis zwischen „akademischer Mathematik" und „Alltagsmathematik" ist ähnlich, wie das Verhältnis zwischen dem Programmieren und dem Benutzen eines Computers. Möchte man jemanden lehren, wie man am Computer eine Fussnote in einen Text einsetzt, so kann man dieser Person natürlich zu diesem Zweck das Programmieren beibringen. Denn mit Programmieren lässt sich grundsätzlich jede Aufgabe lösen, die sich am Computer stellt. Nur ist der Weg über das Programmieren weit und anspruchsvoll. Anstatt über Datenstrukturen und logischen Verzweigungen spricht man daher besser darüber, in welchem Menü des benutzten Programms sich der Befehl zum Einfügen der Fussnote befindet.

Ähnliches gilt für die Mathematik. Für viele berufliche aber auch alltägliche Situationen gibt es robuste mathematische Werkzeuge[18]. Deren Beherrschung gilt es zu fördern. Die Werkzeuge der „akademischen Mathematik" sind zwar mächtig und gelegentlich auch faszinierend, im Alltag sind sie aber nicht immer von jedermann handhabbar.

Ein weiteres Beispiel dazu:

4.2.2 Flugzeuge landen

Das Beispiel stammt ebenfalls aus einer englischen Untersuchung[19]: Um sicher landen zu können, müssen Piloten wissen, wie stark der Seitenwind bei der Landung sein wird. Ist er zu stark, so können sie nicht sauber aufsetzen.

Zu Berechnung der Stärke des Seitenwindes sind verschiedene Angaben notwendig: Die geographische Ausrichtung der Landebahn können die Piloten ihrem Flugplatzhandbuch entnehmen. Vom meteorologischen Dienst erfahren sie die aktuelle Windrichtung und Windstärke.

[18] van der Kooij, H. (2001). Mathematics and Key Skills for the Workplace. ALM Newsletter.
[19] Noss, R., Hoyles, C., & Pozzi, S. (2000). Working knowledge: mathematics in use. In A. Bessot & J. Ridgway (Eds.), Education for Mathematics in the Workplace (pp. 17 - 36). Dodrecht: Kluwer.

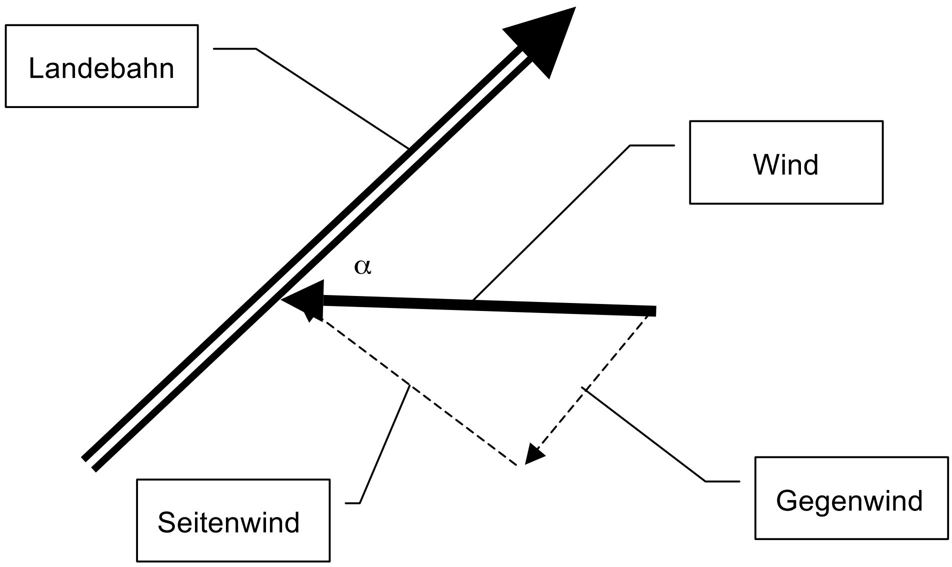


Abb. 2: Zu beachtende Variabeln für eine sichere Landung

„Schulmathematisch" ist die Stärke des Seitenwinds gleich der Windstärke multipliziert mit dem Sinus des Winkels α. Beim Fliegen bleibt aber kaum Zeit für komplizierte Rechnungen. Daher verwenden Piloten folgendes Verfahren:

- Ist der Winkel zwischen der Landerichtung und der Windrichtung (α) grösser als 60°, dann nehmen die Piloten an, der Seitenwind sei praktisch gleich stark wie der Gesamtwind. Damit überschätzen sie den Seitenwind etwas. Der Fehler ist allerdings nicht goss, denn bei einem Winkel von 60° macht der Seitenwind bereits über 86% des Gesamtwindes aus. Mit zunehmendem Winkel wird der Fehler noch kleiner.
- Ist der Winkel kleiner als 60°, so rechnen sie für jedes Grad 1/60 der Gesamtwindstärke. Mit diesem Verfahren unterschätzen sie den Seitenwind meist etwas. Die Schätzung weicht aber nie um mehr als 10% vom richtigen Wert ab.
- Zum Rechnen nehmen sie ihre Uhr zur Hilfe: 60° setzen sie einem vollen Umlauf ums Zifferblatt (60 Minuten) gleich. 45° sind drei Viertel, wie leicht zu erkennen ist. Also entspricht bei 45° die Stärke des Seitenwindes etwa drei Viertel jener des Gesamtwindes.

4.3 Situatives Problemlösen fördern

Oft geht es bei Personen, welche in ihrem Alltag über mathematische Probleme stolpern, um die Bewältigung einer ganz konkreten lebensweltlichen Situation. Ihr Ziel ist es nicht, ganz allgemein ihre mathematischen Kompetenzen zu verbessern, sondern sie benötigen eine konkrete Lösung für ein konkretes Problem. Typischerweise spielt im Rahmen einer solchen Lösung ein ganzer Mix von Problemlösetechniken, Rechentechniken und Hilfsmitteln eine Rolle. Wichtig ist deshalb, dass man in der Arbeit mit diesen Personen immer nahe an der tatsächlichen Problemsituation bleibt und das für die Lösung notwendige Rüstzeug sorgfältig gemeinsam mit ihnen erarbeitet und testet.

4.3.1 Ein Beispiel

Frau Amrein muss am folgenden Montag um 15 Uhr an der Baslerstrasse 10 in Olten zu einem Vorstellungsgespräch erscheinen. Sie will mit dem Zug hinfahren. Es ist nicht das erste Mal, dass sie zu einem Vorstellungsgespräch fährt. Es ist aber schon mehrfach passiert, dass sie dabei einen ungünstigen Zug erwischte und nur sehr knapp oder gar zu spät vor Ort war. Das möchte sie dieses Mal – und in Zukunft immer – vermeiden.

4.3.2 Eine fiktive Lösung

Im Folgenden ist skizziert, wie sich eine Problemlösung zusammen mit Frau Amrein entwickeln könnte. Auf dieselbe Art kann man natürlich auch eine Lösung zusammen mit einer ganzen Gruppe von Personen erarbeiten, welche in unterschiedlicher Form vor einem ähnlichen Problem stehen. Die Diskussion wird dadurch reichhaltiger, da sich die verschiedenen Perspektiven bei der Erarbeitung einer Lösung innerhalb der Gruppe ergänzen.

Ausgangspunkt bildet – wie immer in solchen Fällen – die Frage, wie Frau Amrein bisher vorging, wenn sie sich irgendwo vorstellen musste und auf die Benutzung öffentlicher Verkehrsmittel angewiesen war. Frau Amrein erzählt, dass sie sich vor Kurzem in Aarau vorstellen wollte. Der Termin war auf den Nachmittag um 14 Uhr angesetzt. Da sich Frau Amrein häufig mit einer Kollegin an einem freien Nachmittag in Aarau trifft, war sie mit der Situation vertraut. Wenn sich Frau Amrein mit ihrer Freundin trifft, dann isst sie normalerweise zu Hause noch etwas Kleines zu Mittag und nimmt anschliessend den nächsten Zug. So ging sie auch am Tag des Vorstellungsgesprächs in Aarau vor. Aber leider kam der Zug erst um 14.15 Uhr an, so dass sie den Termin verpasste. Bei früheren Vorstellungsterminen sei sie, erzählt sie, eigentlich immer ähnlich vorgegangen.

Natürlich sei ihr klar, dass sie einen Zug nehmen müsse, der vor dem Termin für das Vorstellungsgespräch ankomme, antwortet Frau Amrein auf eine entsprechende Frage und lacht. Sie weiss auch ganz genau, dass es Fahrpläne gibt, in denen man das nachsehen kann. Das gelbe Fahrplanplakat am Bahnhof kennt sie gut. Sie hat auch früher schon einmal auf diesem Plakat nach dem nächsten Zug gesucht, weil sie wissen wollte, wie lange sie auf ihn warten muss. Aber jetzt mit der elektronischen Anzeige, wo man sofort sieht, wann in jede Richtung der nächste Zug fährt, beachtet sie den Fahrplan kaum mehr.

Ob sie denn wisse, wann ungefähr die Züge in welche Richtung fahren würden? Nein, eigentlich nicht, antwortet sie. Aber man müsse nie lange warten, es gäbe in jede Richtung fast immer einen Zug. Nur wenn man nach Lenzburg wolle, müsse man aufpassen. Da gäbe es nur einen pro Stunde, jeweils ein paar Minuten nach der vollen Stunde.

Frau Amrein ist schnell damit einverstanden, dass sie für eine genauere Planung auch etwas genauer wissen muss, wann die Züge fahren. Das gelbe Plakat vom Bahnhof ist zwar im Moment nicht zur Hand, aber als Ersatz wird aus dem Internet ein ähnliches Blatt heruntergeladen und ausgedruckt.

Mithilfe des ausgedruckten Fahrplans wird anschliessend in gemeinsamer Arbeit eine Tabelle mit den wichtigsten Angaben zu den Abfahrtszeiten und den Zielorten erstellt. (Die Idee mit der Tabelle muss man Frau Amrein vorschlagen. Sie kann dann aber die benötigten Daten selbstständig eintragen.)

Aarau/Olten	.09, .33, .53
Zürich	.11, .41
Lenzburg	.09
Koblenz	.29, .59
Brugg	.09, .18, .33, .53
Baden	.11, .28, .41, .58

Die Aussage von Frau Amrein bezüglich Lenzburg bestätigt sich. Vermutlich dadurch angeregt, dass man, um nach Lenzburg zu fahren, etwa um die volle Stunde am Bahnhof sein muss, kommt Frau Amrein überraschend schnell mit folgender Idee: Es gibt „ganze" Züge und „halbe" Züge. Kommt man entweder kurz vor der vollen oder kurz vor der halben Stunde zum Bahnhof, dann muss man praktisch nie länger als 10 Minuten warten.

	voll	halb	Rest
Aarau/Olten	.09	.33	.53
Zürich	.11	.41	
Lenzburg	.09	!!!	
Koblenz	.59	.29	
Brugg	.09	.33	.18, .53
Baden	.58, .11	.28, .41	

„Da brauche ich ja keinen Fahrplan, das kann ich mir merken", stellt Frau Amrein zufrieden fest. Allerdings zeigt sich dann im weiteren Gespräch, dass die Abfahrtszeiten nur bedingt nützlich sind. Wichtiger wären die Ankunftszeiten am Ort, wo das Vorstellungsgespräch stattfindet. Diese Information ist auf dem Fahrplanplakat am Bahnhof nicht zu finden. Frau Amrein hat zwar ungefähre Vorstellungen davon, wie lange die jeweilige Fahrt dauert: „Nach Aarau ist es etwa eine halbe Stunde. Nach Olten geht's natürlich länger."

Der Vorschlag liegt nahe, die Tabelle mit den Ankunftszeiten zu ergänzen. Auch hier liefert das Internet die notwendigen Daten. Frau Amrein kann zwar die Daten nicht völlig selbstständig im Internet suchen. Hilft man ihr, ist sie aber durchaus in der Lage, die Daten herauszulesen und in die Tabelle zu übertragen.

	voll	halb
Aarau	.09 > .38	.33 > .58
Olten	.09 > .53	.33 > .19
Zürich	.11 > .46	.41 > .16
Lenzburg	.09 > .29	!!!
Koblenz	.59 > .14	.29 > .44
Brugg	.09 > .13	.33 > .36
Baden	.58 > .03, .11 > .15	.28 > .34, .41 > .45

Frau Amrein schlägt anschliessend eine Vereinfachung der Tabelle vor, indem sie ihre Idee mit den „halben" und „vollen" Zügen erneut aufgreift:

		Abfahrt	
		voll	halb
Ankunft in	Aarau	.38	.58
	Olten	.53	.19
	Zürich	.46	.16
	Lenzburg	.29	!!!
	Koblenz	.14	.44
	Brugg	.13	.36
	Baden	.15	.45

Frau Amrein ist über das Resultat ganz begeistert. Sie beschliesst um „halb" abzufahren, denn wenn sie um 15.00 Uhr vor Ort sein muss, könnte .53 als Ankunft etwas knapp sein. Etwas Überlegung braucht es dann aber noch, um herauszufinden, welches „halb" denn gemeint ist, nämlich 13.30 Uhr.

Die Erfahrungen mit dem neuen mathematischen Werkzeug werden beim nächsten Treffen besprochen. Ausgehend von der Frage, ob der „volle" Zug (mit Ankunft um .53) für rechtzeitiges Eintreffen auch noch gereicht hätte, wird besprochen, wie sich die Zeit für den Fussweg mithilfe eines Stadtplans abschätzen lässt. Im Laufe des Gesprächs kommt in Bezug auf Zürich - wo die Distanz zwischen Bahnhof und Zielort beträchtlich sein kann - auch noch die Frage auf, wie man eine Kombination mit mehreren Verkehrsmitteln angehen kann.

4.3.3 Ein paar Regeln

Es lässt sich nicht vorhersagen, welchen Weg solch eine gemeinsame Suche nach der Lösung eines alltagsmathematischen Problems nehmen wird. Zu viel hängt von der konkreten Problemstellung und den Möglichkeiten der Beteiligten ab.

Ein paar Grundregeln lassen sich aber dennoch formulieren:

Die konkrete Problemsituation sollte die ganze Zeit über im Zentrum bleiben.

Dadurch lässt sich sicherstellen, dass die Schwierigkeiten angesprochen werden, mit welchen die Betroffenen tatsächlich zu kämpfen haben. Welche das sind, ergibt sich kaum je aus einer ersten Schilderung des Problems. Sie zeigen sich erst im Laufe der Zeit, wenn man die Lösungssuchenden bis zur endgültigen Lösung begleitet. So hat Frau Amrein kaum Mühe, den Fahrplan zu lesen. Ihr Problem besteht vielmehr darin, dass sie sich bisher einfach noch wenig mit der Frage auseinandergesetzt hat, wie man eine pünktliche Ankunft planen kann.

Ausgangspunkt ist die Frage, wie die Problemsituation bisher angegangen wurde.

Dadurch erhält man einen Einblick in die Stärken und Schwächen im Problemlösungsverhalten der Lösungssuchenden. Man kann das, was vorhanden ist, wertschätzend würdigen und darauf aufbauen. Bei Frau Amrein zeigt sich etwa, dass sie durchaus in der Lage ist, eine Reise nach Aarau zu planen. Nur ist die verwendete Zeitkategorie „Nachmittag" im Zusammenhang mit einem Vorstellungsgespräch etwas ungenau.

Lösungen werden im Allgemeinen aus einem Mix von Problemlösetechniken, Rechentechniken sowie vorhandenen und neu erarbeiteten Hilfsmitteln bestehen.

Konkrete Problemsituationen gleich welcher Art lassen sich nie durch eine allgemeine Technik allein bewältigen. Zusätzlich dazu muss man immer wissen, wie sich diese Technik auf die Situation anwenden lässt. Dies gilt auch für alltagsmathematische Problemsituationen. Um zu einer echten Lösung zu kommen, muss deshalb ein ganzes Paket von Techniken und Hilfsmitteln geschnürt werden, das man zusammen mit den Betroffenen erarbeitet. Bei Frau Amrein hat sich beispielsweise gezeigt, dass sie zwar sehr wohl in einem gewissen Mass über die Technik „Fahrplanlesen" verfügt. Ihr fehlt aber ein geeigneter Fahrplan. Erst aus der Kombination ihrer Fertigkeit im Fahrplanlesen zusammen mit dem massgeschneiderten Fahrplan ergibt sich für sie eine anwendbare Lösung.

Die eingesetzten Techniken und erarbeiteten Lösungen sollten gerade so allgemein sein, dass die Lösungssuchenden sie noch gut auf die konkrete Problemsituation anwenden können.

Im Idealfall erwerben die Lösungssuchenden alltagsmathematische Kenntnisse und Fertigkeiten, welche sie auch in anderen Situationen einsetzen können. Eine gewisse Abstraktion vom konkreten Problem macht daher Sinn. Man macht den Lösungssuchenden aber keinen Gefallen, wenn man versucht allzu abstrakte Techniken zu vermitteln, welche diese gar nicht auf die konkrete Ausgangssituation beziehen können. Hier gilt es den richtigen Abstraktionsgrad zu finden. So würde es beispielsweise keinen Sinn machen, mit Frau Amrein generell zu üben, wie man im Internet Fahrplandaten sucht. Dies allein schon deshalb, weil Frau Amrein über keinen fixen Internetzugang verfügt.

Die Lösungssuchenden können bei Zwischenschritten zur Erarbeitung einer Lösung soweit wie nötig unterstützt werden. Nicht in der Herleitung einer Lösung, sondern in der Anwendung derselben sollten die Betroffenen selbstständig sein.

Die vorherige Forderung hat zur Folge, dass man oft allgemeine Techniken in Bezug auf die konkrete Situation spezifizieren muss, damit sie für die Lösungssuchenden anwendbar werden. Diesen Schritt können Lernende im Allgemeinen nicht selbst – oder zumindest nicht ohne Hilfe – tun. Indem man sie dabei unterstützt, können sie erste Erfahrungen mit weiter reichenden Techniken sammeln, welche später einmal in anderen Situationen nützlich sein könnten. So benötigte beispielsweise Frau Amrein bei der Zusammenstellung der Tabelle aufgrund von Daten aus dem Internet bei gewissen Schritten Unterstützung (Daten im Internet abrufen), konnte andere aber selbst ausführen (relevante Daten herauslesen).

Es ist durchaus möglich, beiläufig Techniken zu üben, welche allgemeiner eingesetzt werden können. Dies sollte aber nicht zum Selbstzweck werden.

Die bei der Erarbeitung einer konkreten Lösung eingesetzten Techniken kann man durchaus selbst zum Thema machen. Oft ist es sinnvoll, darüber zu reden, wo diese auch sonst noch eingesetzt werden könnten. Manchmal lassen sich dazu auch kleine Übungen einbauen. Diese sollten aber nie von der Bearbeitung der konkreten Problemstellung ablenken. Mit Frau Amrein hätte man z.B. zwischendurch über die Nützlichkeit von tabellarischen Zusammenstellungen in verschiedenen Zusammenhängen reden können.

Die Erfahrungen, welche die Lösungssuchenden mit den erarbeiteten Lösungen machen, sollten festgehalten und ausgewertet werden.

Die gemeinsame Entwicklung konkreter Problemlösungen sind kleine Projekte und sollten entsprechend evaluiert werden. Damit kann man überprüfen, ob die Lösungssuchenden nun tatsächlich über die notwendigen Kenntnisse, Fertigkeiten und Hilfsmittel verfügen. Bei Frau Amrein zeigte sich dank der Auswertung ihres Gangs nach Aarau, dass erst eine Komponente, nämlich die Zugreise, angesprochen wurde und dass der anschliessende Fussweg (mit Stadtplanlesen etc.) ebenfalls noch behandelt werden muss.

4.3.4 Situatives Problemlösen fördern – ein paar Regeln in Kurzform

- Konkrete Problemsituation im Zentrum behalten.
- Bisheriges Vorgehen als Ausgangspunkt nehmen.
- Die Lösung aus einem Mix von Methoden und Hilfsmitteln bilden.
- Anwendbarkeit ist wichtiger als Allgemeinheit.
- Bei schwierigen Zwischenschritten Unterstützung bieten.
- Anwendbare Problemlösung ist wichtiger als Techniken üben.
- Erfahrungen festhalten und auswerten.

4.4 Verstehen von Konzepten fördern

4.4.1 Ein wenig Mathematikdidaktik

Ein zentrales Problem bei mathematischen Aufgaben ist, dass sich die Lernenden gleichzeitig und koordiniert in drei Welten bewegen müssen:

- **Dinge**: Sofern es nicht um reine Rechnungsübungen geht, steht im Zentrum immer eine reale Aufgabe, die gelöst werden muss. Dabei geht es um reale „Dinge“. Man sollte wissen, wie viele Karotten einzukaufen sind, damit nach der Verarbeitung genügend zu Essen auf den Tisch kommt. Oder man möchte wissen, wie breit man einzelne Bretter zuschneiden muss, damit sie verleimt eine Platte für den Esstisch ergeben etc. Für die Lösung der realen Aufgabe spielt meist Vieles eine Rolle, welches nichts mit Mathematik und Rechnen zu tun hat. So können etwa Bretter aus physikalischen Gründen weder beliebig dünn noch beliebig lange sein. Gerade diese aussermathematischen Aspekte können aber oft helfen, Lösungen auf ihre Plausibilität zu überprüfen.
- **Konzepte**: Die reale Aufgabe muss in ein mathematisches Modell übersetzt werden. An die Stelle bestimmter für die Problemlösung wichtiger Eigenschaften der „Dinge“ treten Zahlen als abstrakte Grössen. Zahlen sind wie Legobausteine. Wenn man sie geschickt kombiniert, lassen sich damit reale Problemsituationen mehr oder weniger getreu abbilden. Die Zahlen haben gewisse fixe Eigenschaften. Kennt man diese, so kann man das Modell derart umformen, dass die Lösung leicht zu erkennen ist.

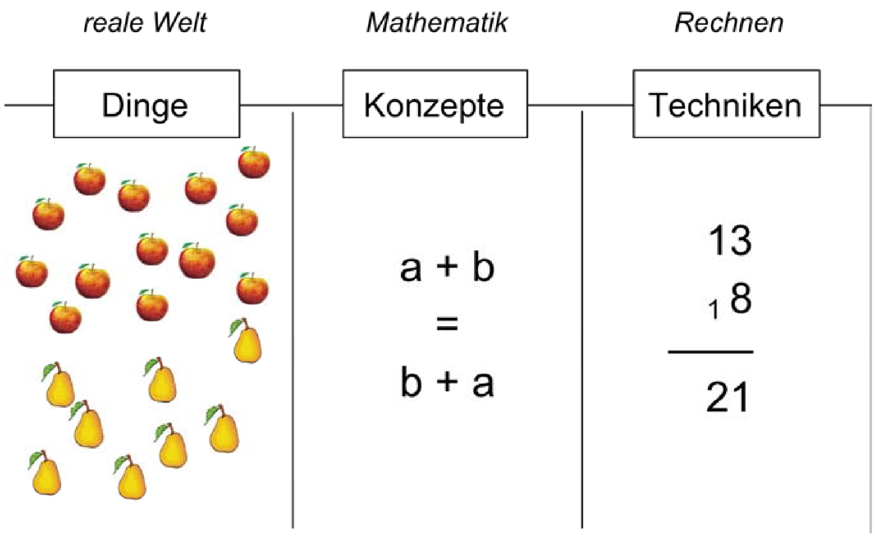


Abb. 3: Die drei Welten alltagsmathematischer Aufgaben

- **Techniken**: Als Lösungen für konkrete Probleme sind aber meist konkrete Grössen gefragt. Um diese zu errechnen, müssen die Zahlen im mathematischen Modell durch konkrete Grössen ersetzt werden. Diese werden in einer bestimmten Notation geschrieben. Je nach Notation und gewähltem mathematischen Modell lassen sich dann bestimmte Rechentechniken einsetzen, um die Grösse zu erhalten, welche der Lösung entspricht. Diese Rechentechniken sind Prozeduren, die ihre eigenen, vom gewählten mathematischen Modell unabhängigen Schwierigkeiten und Stolpersteine bergen (z.B. Zehnerübergänge).

Lernende stehen also vor vielfältigen Herausforderungen. Sie müssen mindestens:

- jede dieser drei Welten ausreichend beherrschen (Problemlösen, Mathematisieren, Rechnen).
- die drei Welten im Rahmen einer Problemlösung koordinieren.

Dies ist oft nicht ganz einfach, und viele Lernende (und auch Lehrende!) behelfen sich damit, dass sie sich nur auf die dritte dieser Welten fokussieren und nur zu lernen/lehren versuchen, wie man beim „Rechnen“ Schritt für Schritt vorgehen muss. Dies ist aber keine Lösung, denn so sind die Lernenden nicht in der Lage, ihr eigenes Vorgehen zu kontrollieren und Fehler zu bemerken. Oft können sie sich so auch nur schlecht die einzelnen Schritte des Rechenverfahrens merken, wissen nicht mehr, ob an einer bestimmten Stelle z.B. multipliziert oder dividiert werden muss.

4.4.2 Handfestes Modellieren, ein erstes Beispiel

Hilfe bringt eine intensive Auseinandersetzung mit den Beziehungen zwischen den drei Welten. Spielmaterial wie Knete, Knöpfe, Stäbchen etc. eignet sich ideal dafür.

Ein Beispiel aus der Backstube:

Aufgabe

> „Die gewünschte Teigtemperatur beträgt 24° C. Die Kneterwärmung 5° C. Der Vorteig war über Nacht im Kühlraum und hat eine Temperatur von 8° C. Die Backstube weist eine Temperatur von 25°C auf und das Mehl aus dem Silo hat 15° C. Wie warm muss [das Wasser] geschüttet werden?“

Vorgehen

> Im Unterricht wird üblicherweise folgendes Berechnungsverfahren gelehrt: „Ihr müsst zuerst von der gewünschten Teigtemperatur die Kneterwärmung abziehen. Dann multipliziert ihr den erhaltenen Wert mit der Anzahl Zutaten (inklusive Lufttemperatur) und zieht dann alle bekannten Temperaturen der Zutaten ab“.

Schwierigkeiten

> Lernende bekunden mit diesem Verfahren immer wieder Probleme. Unter anderem können sie sich einfach nicht merken, ob am Schluss nun dazugezählt oder abgezählt werden muss.

1. Die Welt der Dinge darstellen

In einem ersten Schritt geht es darum, einmal die Welt der Dinge noch ganz unabhängig von „Mathematik“ oder „Rechnen“ darzustellen. Die Lernenden sollen sich handfest ein Bild davon machen, um welche Dinge es in der Aufgabe geht und wie diese zu einander in Beziehung stehen.

Im Beispiel geht es um die Herstellung eines Teiges. Zutaten werden zusammengeschüttet und dann verknetet.

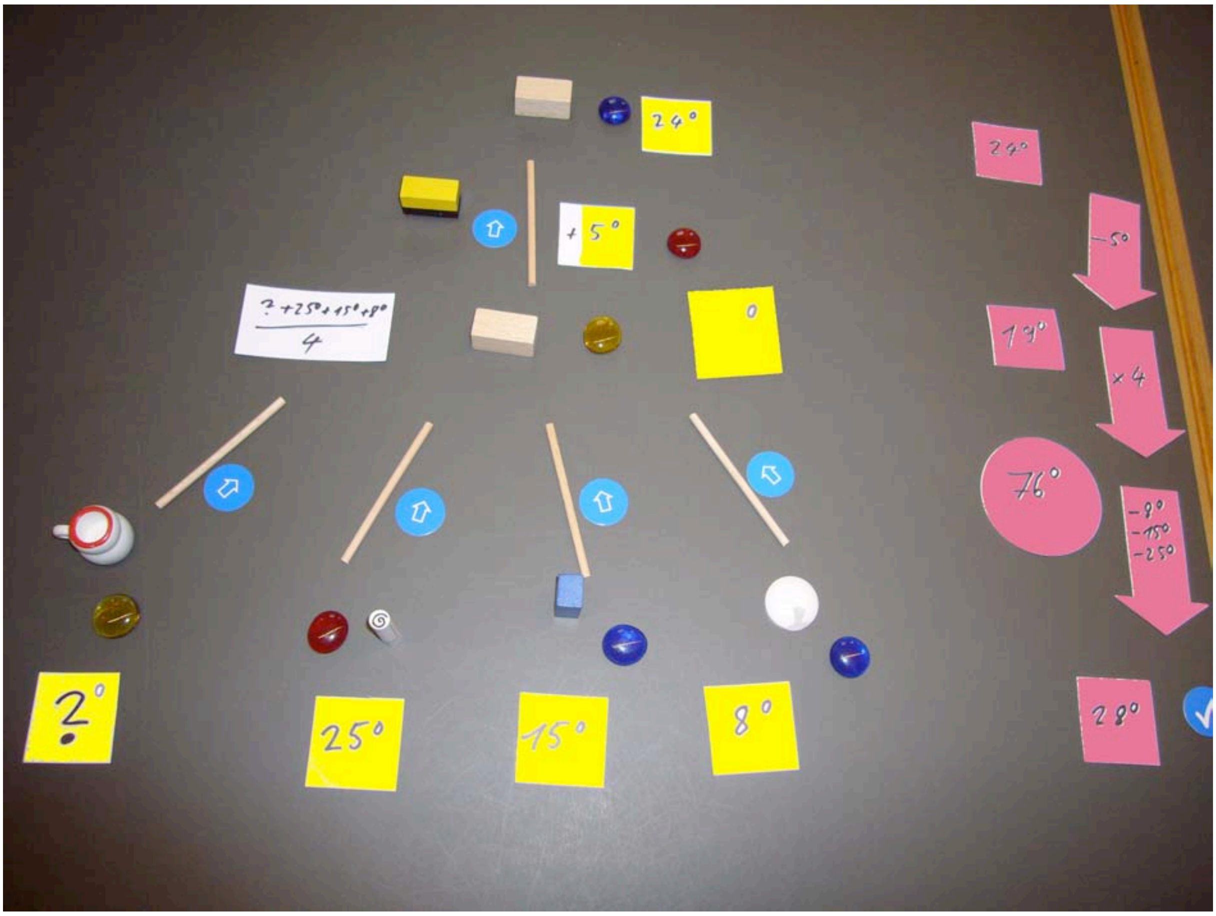


Abb. 4: Rechnen mit Temperaturen bei der Teigherstellung

In *Abb. 4* ist diese Welt mit den Stäbchen, Knöpfen, Gegenständen repräsentiert[20]. Entsprechend den zwei Schritten des Herstellungsvorgangs kann man sich auch die Entstehung der Endtemperatur als zweischrittigen Prozess vorstellen. Beim ersten Schritt entsteht aus den Temperaturen der verschiedenen Zutaten (Wasser, Mehl, Vorteig und Raumtemperatur!) eine „Mischtemperatur". Als zweiter Schritt findet dann beim Kneten des Teiges noch eine Erwärmung statt, welche durch die Reibung verursacht wird.

2. Die mathematischen Beziehungen darstellen

Damit später gerechnet werden kann, muss die Welt der Dinge in ein mathematisches Modell gefasst werden. Dazu muss geklärt werden, welche Aspekte der Dinge durch Zahlen erfasst werden sollen und wie diese Zahlen zueinander in Beziehung stehen. Der Aufbau

20 Beim Material handelt es sich um Compad® Lernmaterial (http://compad.webterminal.ch/). Jede andere reichhaltige Sammlung von Knöpfen, Stäbchen, Spielfiguren, Knete etc. erfüllt diesen Zweck auch.

des mathematischen Modells ist in vielen Fällen der anspruchsvollste Schritt. Damit eine hilfreiche Darstellung gelingt, sind die Lernenden dabei meist auf Unterstützung angewiesen.

In Abbildung 1 stehen die gelben quadratischen Kärtchen für Zahlen. Den „Zutaten“ wie auch dem Endprodukt ist eine Temperatur zugeordnet. Die aus der Aufgabenstellung bekannten Temperaturen sind auf den Kärtchen eingetragen.

Die weissen Zettel stehen für die Zusammenhänge zwischen diesen Zahlen. Jedem der beiden Schritte ist ein mathematisches Modell zugeordnet. Das Modell für die Wirkung der Kneterwärmung im zweiten Schritt ist einfach: Eine Addition, bei der die Teigtemperatur durch die Erwärmung entsprechend erhöht wird. Das Modell für die Temperaturmischung im ersten Schritt ist hingegen etwas komplexer. Hier wird als Modell das arithmetische Mittel eingesetzt, bei dem alle beteiligten Temperaturen mit gleichem Gewicht miteinander verrechnet werden.

An dieser Stelle wird klar, dass die Darstellung der Welt der Dinge durch die verwendeten mathematischen Konzepte beeinflusst wird. Die Temperatur der Backstube wirkt in Wirklichkeit nicht nur beim Zusammenschütten der „Zutaten“, sondern auch - oder sogar vor allem - während des Knetens. Dieser Sachverhalt ist aber mathematisch schwieriger zu modellieren. Die Temperatureinflüsse werden daher im unserem Modell vereinfacht dargestellt und offenbar hat sich diese Vereinfachung in der Praxis bewährt.

Die mathematische Modellierung stellt auch an einem zweiten Punkt nur eine Annäherung an die Verhältnisse in der Welt der Dinge dar. Bei der Durchschnittsberechnung werden alle Temperaturen der Zutaten gleich gewichtet. Dies ist nicht ganz exakt, denn der eher kleine Vorteig beeinflusst die Endtemperatur sicher weniger stark als das Mehl und das Wasser. Aber offenbar hat sich auch in dieser Hinsicht die Vereinfachung, welche sich durch das gewählte Modell ergibt, praktisch bewährt.

Die Eigenschaften der einzelnen Dinge erlauben, abzuschätzen, wie das Resultat ausfallen wird. Gewisse Temperaturen sind deutlich tiefer als der Zielwert (15° und 8°; blaue Knöpfe), zwei andere sind nur wenig über dem Zielwert (25° und +5°; rote Knöpfe), so dass die notwendige Temperatur für das Wasser wohl über 24° liegen dürfte.

3. Die „Rechnung“ eintragen und durchführen

Ganz rechts in Abbildung 4 ist dann die „Welt der Techniken“, des Rechnens, eingefügt. Dort wird sichtbar, wie aus dem mathematischen Modell ein Rechnungsvorgang abgeleitet werden kann. Ist die Endtemperatur vorgegeben, so muss selbstverständlich von dieser ausgehend rückwärts gerechnet werden. Aus der Addition bei der Kneterwärmung wird eine Subtraktion, und die Auflösung des Durchschnitts führt zu einer Multiplikation mit der Anzahl Zutaten mit anschliessenden weiteren Subtraktionen.

Betrachtet man nur den Rechenvorgang, sind sowohl die Subtraktion wie auch die Multiplikation intuitiv nicht einfach nachvollziehbar. Die Subtraktion verlangt, dass „Dinge“, die beim Herstellungsprozess hinzukommen, weggenommen werden müssen. Und die Multiplikation scheint nahezulegen, dass das Resultat von der Anzahl Zutaten abhängt (!?) und dass die Temperatur umso höher ist, je mehr Zutaten verwendet werden (!?).

Bei der Subtraktion hilft vielleicht die Überlegung, dass vom Endresultat her rückwärts gerechnet wird und dass die Addition, das Hinzufügen, daher rückgängig gemacht werden muss. Eine solch einfache Überlegung bietet sich aber bei der Multiplikation der Anzahl Zutaten nicht an. Dies illustriert, dass verlässliches Rechnen nur möglich ist, wenn es den Lernenden gelingt, die drei Welten zu vernetzen. Wird nur das Rechenverfahren eingeführt, dann besteht die Gefahr, dass manche Lernende plötzlich addieren anstatt zu subtrahieren. Und den Allermeisten wird die Multiplikation mit der Anzahl „Zutaten“ völlig unverständlich bleiben. Sie werden sie einfach als einen Akt „mathematischer Magie“ erleben.

4.4.3 Noch ein Beispiel: „Rahmtäfeli machen“

- Es sollen 3500 g Rahmtäfeli produziert werden.
- Der Schneidverlust beträgt 4.2%.
- Der Kochverlust beträgt 14.6%.
- Der Zucker macht 42% der Teigmasse aus.
- Wie viel Zucker wird benötigt?

Die Abbildungen 5 bis 7 zeigen Schritt für Schritt, wie sich die Aufgabe modellieren lässt.

1. Die Welt der Dinge darstellen

Die Herstellung kann in drei Schritte zerlegt werden (von links nach rechts in *Abb* 5). 1) Mischen der Zutaten, 2) Kochen der Masse und 3) Zerschneiden der verfestigten Masse. Beim ersten Schritt wird Zucker mit den restlichen Zutaten vermengt. Bei den letzten beiden Schritten geht jeweils etwas Masse verloren.

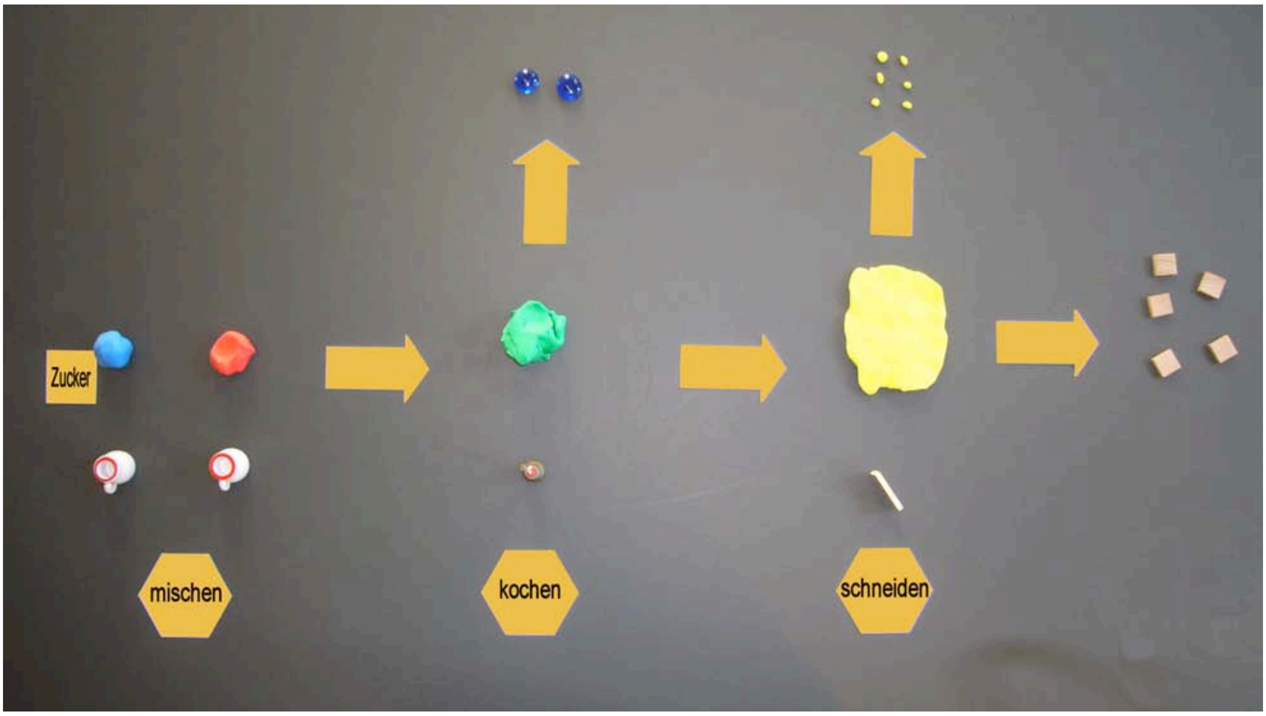


Abb. 5: Rahmtäfeli, die Welt der Dinge

2. Die mathematischen Beziehungen darstellen

Bei jedem der drei Schritte geht es mathematisch darum, dass von einem „Ganzen“ ein Teil abgetrennt wird. In Abbildung 6 sind die „Ganzen“ - d.h. die Grundmengen, welche 100% entsprechen - jeweils in einen Rahmen eingeschlossen. In diesen Rahmen ist auch dargestellt, wie viel die bekannten Teilmengen in Prozenten ausmachen. Mit dieser Erweiterung sind die Welt der Dinge und die Welt der mathematischen Konzepte vereint dargestellt.

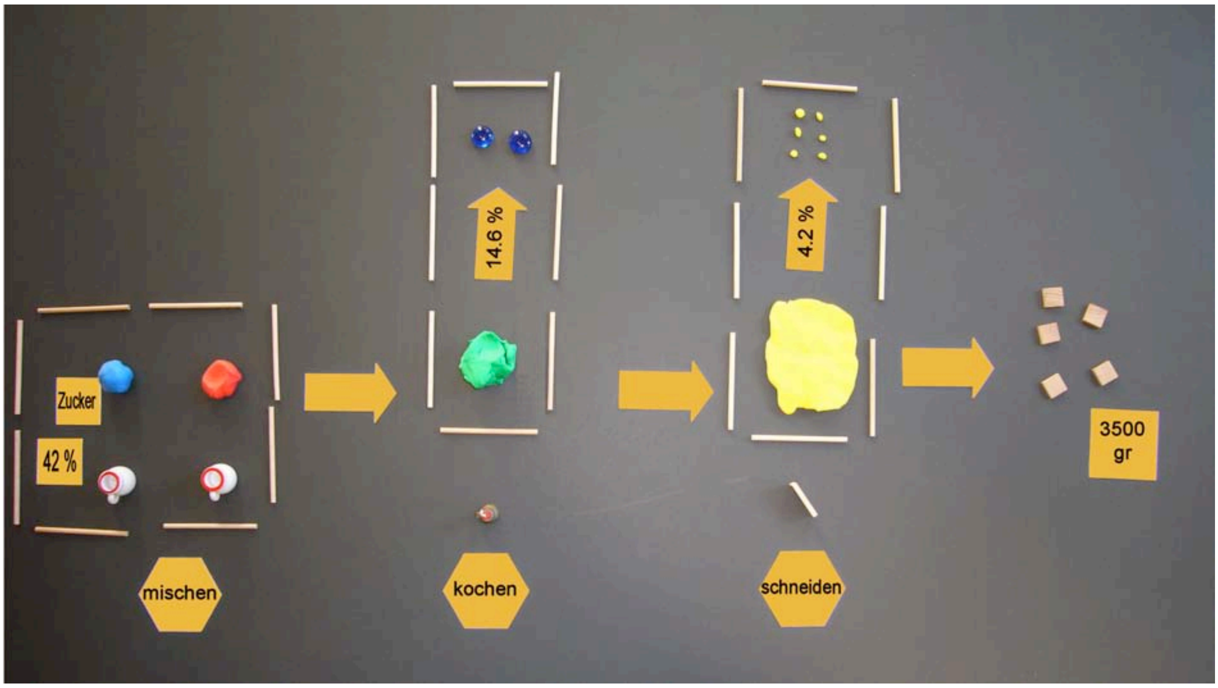


Abb. 6: Rahmtäfeli, Dinge und mathematische Konzepte vereint

3. Die „Rechnung“ eintragen und durchführen

Innerhalb des Modells lässt sich anschliessend Schritt für Schritt von rechts nach links die gesuchte Menge Zucker ermitteln. Bei den ersten beiden Schritten ist jeweils ein Teil bekannt (das Komplement zum Verlust) und es muss das Ganze berechnet werden. Beim dritten Schritt verhält es sich umgekehrt, d.h. ausgehend vom Ganzen wird auf ein Teil geschlossen.

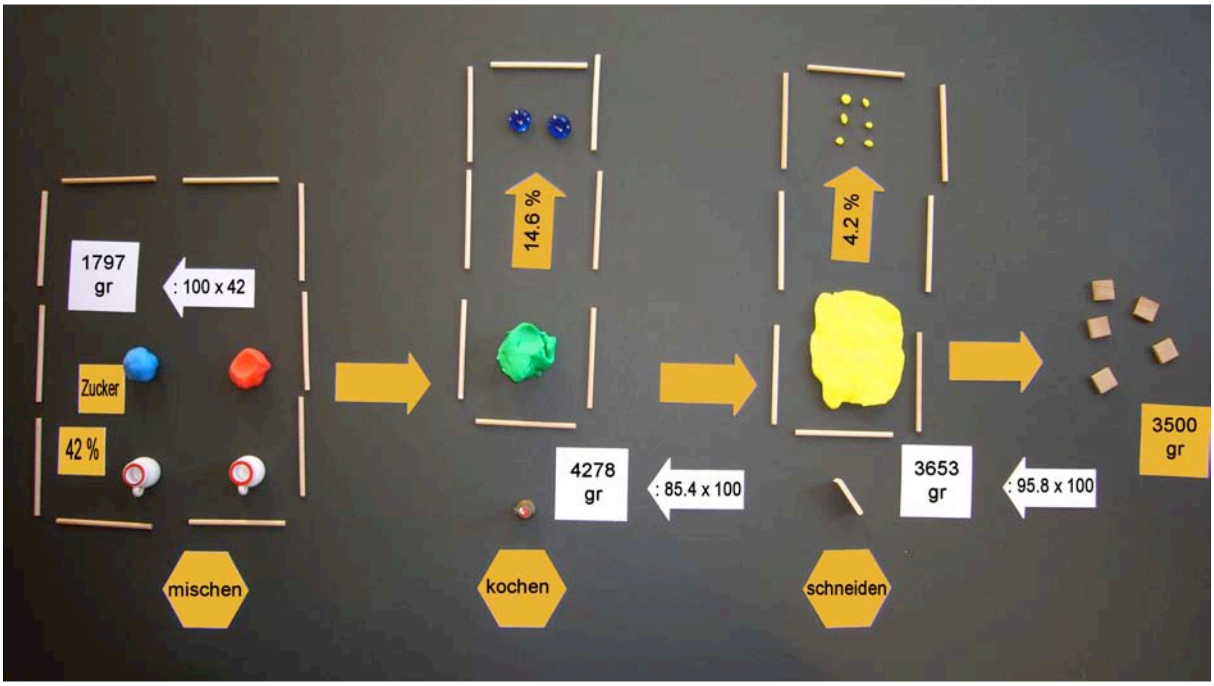


Abb. 7: Rahmtäfeli, Rechnung ausgeführt

4.4.4 Hinweise zu den einzelnen Schritten

1. Die drei Schritte in Kurzform

1. **Die Welt der Dinge darstellen:** Als Erstes geht es darum, dass sich die Lernenden ganz handfest ein Bild davon machen, um welche Dinge es in der Aufgabe geht und wie diese zueinander in Beziehung stehen. Mit Spielsteinen, Knetmaterial, Symbolen und beschrifteten Kärtchen wird ein entsprechendes Modell erstellt.
2. **Die mathematischen Beziehungen darstellen:** Damit mit den Daten gerechnet werden kann, muss die Welt der Dinge in ein mathematisches Modell gefasst werden. Dazu werden Kärtchen für einzelne Zahlen, welche im Laufe der Problemlösung eine Rolle spielen, an der entsprechenden Stelle platziert. Die Beziehungen zwischen diesen Zahlen werden verdeutlicht. Bekannte Daten und Messgrössen werden auf den entsprechenden Kärtchen eingetragen.
3. **Die „Rechnung" eintragen und durchführen:** Als letzter Schritt wird neben die bisherige Darstellung die „Rechnung" mit allen Zwischenresultaten und dem Endresultat gelegt.

2. Die Welt der Dinge darstellen

Beim ersten Schritt gilt als zentrale Regel, dass Zahlen, „Mathematik", Rechnen etc. hier vorerst noch nichts zu suchen haben. Es geht nur darum, die verschiedenen in der Aufgabe erwähnten Dinge und ihre Beziehungen zueinander darzustellen. Dies ist unter anderem deshalb entscheidend, weil gerade Lernende mit Schwierigkeiten die Tendenz haben, sich sofort auf die Rechnung zu stürzen und mit Werten zu jonglieren, ohne sich überhaupt je ein Bild von der Situation zu machen, die es zu bearbeiten gilt.

Die Darstellung, die im ersten Schritt entsteht, wird sich in den seltensten Fällen dazu eignen, die mathematischen Beziehungen so klar und nahtlos einzufügen, wie dies in den beiden Beispielen oben möglich war. Oft wird sich beim Versuch, den zweiten Schritt durchzuführen, zeigen, dass das Modell etwas umgebaut werden muss. Dies ist normal und stellt einen wichtigen Schritt im Verstehensprozess der Lernenden dar. Die Modellierung mit Spielsteinen etc. erlaubt solche Umbauten ja auch ohne weiteres.

3. Das mathematische Modell bauen

Optimal ist, wenn es den Lernenden mit Hilfe der Lehrperson gelingt, eine Darstellung zu finden, bei welcher die zentralen Eigenschaften der verwendeten Konzepte deutlich werden. Die „100%-Rahmen" in Abbildung 6 dürften ein gutes Beispiel dafür sein. Sie machen sichtbar, dass beim Prozentrechnen immer geklärt werden muss, welches die Menge ist, die 100% entspricht – etwas, das Lernenden immer wieder Schwierigkeiten bereitet.

Weniger aussagekräftig ist hingegen das schlichte Kärtchen für den Mittelwert in Abbildung 4. Allerdings hängt die optimale Darstellung stark sowohl vom Vorwissen der Lernenden wie auch von ihren spezifischen Unsicherheiten ab. Je nach Gruppe kann ein solches Kärtchen als Bild für den Mittelwert durchaus genügen.

Wie bereits erwähnt, muss bei diesem zweiten Schritt oft das Modell aus dem ersten Schritt etwas umgebaut werden:

- Das kann im einfachsten Fall bedeuten, dass etwas Platz geschaffen werden muss, um die mathematischen Beziehungen darstellen zu können – z.B. für den „100%-Rahmen“ in Abbildung 6.
- Manchmal zeigt sich aber, dass gewisse Dinge bei der Darstellung vergessen wurden, welche für die Berechnung benötigt werden – das könnte z.B. mit der Temperatur der Backstube in Abbildung 4 geschehen.
- Und manchmal wird es notwendig, die Zusammenhänge anders darzustellen, da die zu verwendende „Mathematik“ die Welt der Dinge anders modelliert, als es im ersten Zugang sinnvoll erschien. Auch dazu bietet die Temperatur der Backstube ein mögliches Beispiel. Vielleicht wurde sie in Abbildung 4 zuerst als Einflussgrösse parallel zur Kneterwärmung dargestellt und musste dann aufgrund des mathematischen Modells zu den Zutaten verschoben werden.

Die Modellierung mit Spielsteinen etc. erlaubt solche Umbauten ohne weiteres. Die notwendigen Umbauten können als Anlass dazu genommen werden, darüber zu diskutieren, dass sich die Welt der Dinge meist auf ganz verschiedene Arten modellieren lässt. Manchmal bevorzugt die gewählte „Mathematik“ gewisse Varianten und manchmal werden der Berechenbarkeit zuliebe die Verhältnisse ein wenig „zurechtgebogen“ (wie bei der Art, wie die Temperatur der Backstube einbezogen wird, oder bei der Gewichtung der „Zutaten“ in Abbildung 4).

4. Die „Rechnung“ eintragen und durchführen

Wie die beiden verwendeten Beispiele zeigen, kommt es immer wieder vor, dass der Berechnungsablauf anders verläuft als der Handlungsablauf in der Welt der Dinge – z.B. genau in umgekehrter Richtung. Optimal ist, wenn dies in der Darstellung deutlich wird. Dadurch werden viele intuitiv nicht plausible Rechenschritte einfacher nachvollziehbar.

4.4.5 Arbeitsanleitung „Fachrechnen“

<table>
<tr>
<td>1
Die Welt der Dinge</td>
<td>Mit dem vorhandenen Material darstellen, von welchen Dingen in der Aufgabe die Rede ist.
Zahlen und Berechnungen spielen bei diesem ersten Schritt noch keine Rolle.
• Welche Dinge kommen in der Aufgabe vor?
• Wie stehen sie zueinander in Beziehung?
• Werden sie durch einzelne Arbeitschritte verändert?
- Ausgangsmaterial und Endprodukt des Arbeitsschritts darstellen;
- Wichtige Veränderungen deutlich sichtbar machen.</td>
</tr>
<tr>
<td>2
Die mathematischen Beziehungen</td>
<td>Die Messgrössen und Zusammenhänge zwischen ihnen eintragen.
• Welche Messgrössen spielen in der Aufgabe eine Rolle?
- Für jede Grösse an der entsprechenden Stelle ein Kärtchen hinlegen;
- Masseinheiten eintragen;
- Werte für bekannte Grössen eintragen;
- Gesuchte Grössen kennzeichnen;
- Kärtchen für nützliche Zwischenresultate einfügen.
• In welcher mathematischen Beziehung stehen die einzelnen Grössen zueinander?
- Operationen eintragen (+, -, ÷, x etc.);
- Kennzeichen, wenn zwei Grössen gleich sind oder dieselbe Grösse an mehreren Stellen auftritt.</td>
</tr>
<tr>
<td>3
Die Rechnung</td>
<td>Die Berechnung mit allen Zwischenresultaten und dem Endresultat Schritt für Schritt eintragen.
• Wo beginnt die Berechnung?
• Über welche Schritte läuft die Berechnung ab?
• Was muss bei jedem einzelnen Schritt gerechnet werden?
• Welche Zwischenresultate ergeben sich?
• Welches Endresultat erhält man?</td>
</tr>
</table>

4.5 Situative vs. abstrakte Konzepte

4.5.1 Verteilen und Aufteilen

Kompetenz gleich welcher Art ist situationsgebunden. Wenn eine Person eine bestimmte Situation kompetent bewältigen kann, ist damit noch lange nicht gesagt, dass ihr dies in einer anderen, vermeintlich ähnlichen Situation auch gelingt. Dies gilt auch für mathematische Kompetenz jeglicher Art. Eine kleine Geschichte als Beispiel, erzählt von Hans Heymann, Mathematikdidaktiker[21]:

„Eine charakteristische Szene mit meiner Tochter Katharina – seinerzeit 13 Jahre alt und dem Fach Mathematik nicht sonderlich zugetan – erlaubt Vermutungen darüber, durch welche Missverständnisse die Kluft zwischen dem [akademisch] mathematischen und dem Alltagsdenken zustande kommt: Katharina hatte, im Rahmen einer Hausaufgabe, unter ordnungsgemässer Anwendung der Bruchrechenregeln die Zahl 2 durch ¼ dividiert und kam dann zu mir, weil sie sich über die 8 als Ergebnis wunderte. Wieso konnte das Ergebnis grösser sein als der Dividend? Sie hatte doch ‚geteilt'! Ich versuchte ihr einsichtig zu machen, weshalb das so sein muss. Als Gegenbeispiel hielt sie mir vor, wenn sie einen Apfel ‚in Viertel' teile, seien die Stücke aber kleiner als der Apfel. Ich wies sie auf den Unterschied zwischen ‚teilen in' und ‚teilen durch' hin. Abschliessend meinte sie: ‚Okay, ich weiss jetzt, wie man das rechnen muss. Aber du willst mir doch wohl nicht weismachen, dass man in Mathe logisch denkt!'"

Das Problem ist hier, dass Katharina eine ganz bestimmte Situation - das „Teilen" oder „Verteilen" eines Apfels oder Kuchens auf mehrere Kinder - vor Augen hat. Daneben gibt es aber noch andere Situationen, die man zwar auch mit Dividieren bewältigen kann, die aber einer ganz anderen Fragestellung entsprechen. Eine typische zweite solche Situation wäre das „Aufteilen" oder „Enthaltensein". Beispielsweise: „2 kg Mehl sollen in Säcke zu ¼ kg abgefüllt werden. Wie viele Säcke benötigt man?". In diesem Kontext bereitet es überhaupt keine Mühe zu akzeptieren, dass das Resultat (8) grösser ist, als die Anzahl Kilogramm in der Ausgangsmenge.

Aus der Forschung[22] weiss man, dass sich im Zusammenhang des Dividierens eine Vielzahl solcher Situationen unterscheiden lassen. Und die meisten davon lassen sowohl eine Frage nach dem Muster „Verteilen" wie eine Frage nach dem Muster „Aufteilen" zu (vgl. *Tab.* am Ende des Dokuments). Jeder dieser Situationen liegt eine andere Sachlogik zugrunde. So ruft z.B. „Ein Teppich ist 20 m² gross. Er ist 4 m breit. Wie lang ist er?" wieder ein ganz anderes Bild hervor als das Verteilen eines Kuchens auf mehrere Personen oder das Aufteilen eines Sack Mehls auf mehrere kleine Säcke.

All diese Sachverhalte kann die „akademische Mathematik" durch dasselbe mathematische Konzept der Division einer Grösse durch eine andere darstellen und behandeln. Aber damit allein lässt sich im Alltag eine entsprechende Aufgabe nicht schnell und sicher lösen. Zusätz-

---

[21] Heymann, H. W. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik (Vol. 13).* Weinheim: Beltz. S. 207f (Das Zitat ist leicht gekürzt)

[22] Gerster, H.-D., & Schultz, R. (2004). Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. *Bericht zum Forschungsprojekt "Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen". Freiburg i.Br.: Pädagogische Hochschule Freiburg, Institut für Mathematik und Informatik und ihre Didaktiken.*

lich braucht es auch eine Vorstellung dessen, was in der Situation tatsächlich geschieht[23]. Diese hilft unter anderem abzuschätzen, ob das Resultat in etwa stimmt. Erhält man z.B. beim Verteilen von Äpfeln an Kinder pro Kind mehr Äpfel als ursprünglich zur Verfügung standen, dann kann da etwas nicht stimmen.

Dass Kompetenz im Sinne von „eine alltagsmathematische Aufgabe sicher und schnell lösen können“ situationsgebunden ist, erkennt man gut, wenn man kompetente Leute danach fragt, ob das Resultat einer bestimmten Berechnung zutreffen kann. Je nach Situation erhält man ganz andere Begründungen:

- Vier Kinder teilen sich zwei Äpfel: Dies ergibt einen Apfel auf je zwei Kinder, also einen halben Apfel pro Kind.
- 2 kg Mehl sollen in Säcke zu ¼ kg abgefüllt werden: Für ein Kilogramm braucht es vier Säcke, also insgesamt 8 Säcke.
- Ein Teppich ist 20 m² gross. Er ist 4 m breit: Wenn man sich den Teppich in der Längsrichtung vor sich liegend vorstellt, dann hat vorne eine Reihe von vier Quadratmetern Platz. Dahinter kann eine weitere Reihe hingelegt werden usw. Insgesamt haben fünf solche Reihen Platz, also ist der Teppich fünf Meter lang.

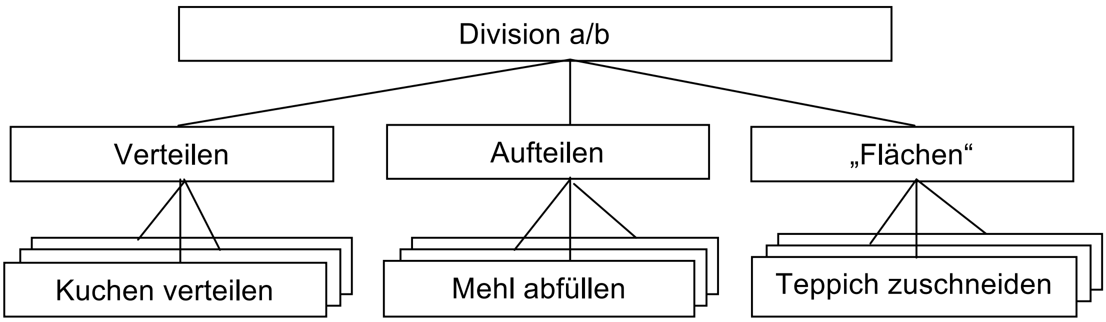


Abb. 8: Verteilen und Aufteilen als Spezialfälle des Dividierens

„Dividieren können“ ist also als allgemeine mathematische Kompetenz ein hoch gestecktes Ziel. Um von einer derartigen Kompetenz sprechen zu können, ist zum einen notwendig, dass eine Person in einer Vielzahl von gängigen Situationen je über eine entsprechende situative Kompetenz verfügt. Zum anderen muss sie, wenn eine neue, noch unvertraute Situation auftaucht, in der Lage sein, sich schnell in deren Eigenarten hineinzudenken. Wer das kann, hat natürlich einen Vorteil. Für viele ist dies aber ein zu hoch gestecktes Ziel – zu hoch, für das, was sie erreichen können, aber auch zu hoch, für das, was sie erreichen müssen, um im (beruflichen) Alltag zurechtzukommen.

[23] Vergnaud, G. (1990). Epistemology and Psychology of Mathematics Education. In: Nesher, P. & Kilpatrick, J.: Mathematics and Cognition. A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Cambridge MA., Cambridge University Press: 14-80.

4.5.2 Abstrakte und weniger abstrakte Konzepte

1. Dividieren

Die verschiedenen Ebenen in *Abb. 8* können als immer abstraktere und dadurch vielseitigere Instrumente verstanden werden, mit denen sich eine immer grössere Menge konkreter Aufgaben bearbeiten lässt. Diese Pyramide lässt sich nach oben ohne weiteres noch um einige Stufen erweitern. Wie die zweitoberste Zeile in *Tab.* (am Ende des Dokuments) mit den Sachsituationen zur Division illustriert, kann man die Division a/b wiederum als ein Spezialfall eines noch viel mächtigern Werkzeugs verstehen, nämlich des Auflösens einer Gleichung mit einer Unbekannten (*Abb. 9).*

Jede dieser Ebenen hat ihre Berechtigung. Entscheidend ist, dass man je nach Zielgruppe für die Lernenden jenes Werkzeug wählt, welches sie beherrschen können.

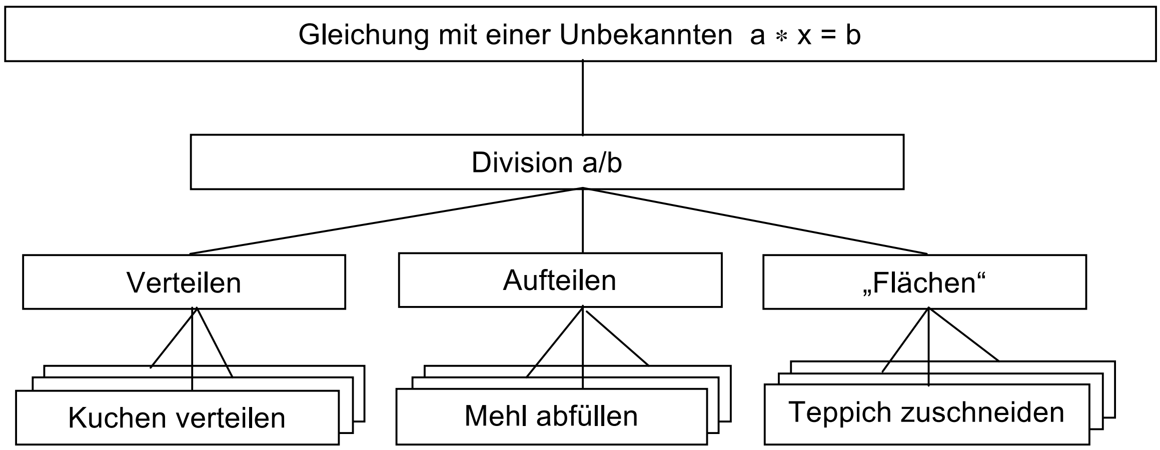


Abb. 9: Stufen immer mächtigerer mathematischer Werkzeuge

2. Dreisatz

Eine ähnliche Hierarchie von immer abstrakteren Konzepten lässt sich für Problemstellungen finden, die mit einem Dreisatz angegangen werden können:

- Am einfachsten sind parallele Skalen, d.h. graphische Darstellungen oder mentale Vorstellungen, die es erlauben, gekoppelte Grössen im Gleichschritt zu variieren24.
- Etwas mächtiger ist dann der eigentliche Dreisatz, die zwei Schritte von a Einheiten zu einer Einheit und dann von einer Einheit zu b Einheiten.
- Noch vielseitiger ist das Konzept von zwei gleichen Proportionen (das dann auch gleich neu die Idee der „umgekehrten“ Proportionalität ins Spiel bringt)
- Und all diese Konzepte lassen sich wieder als Spezialfall einer Gleichung mit einer Unbekannten verstehen.

[24] Hoyles, C., Noss, R., & Pozzi, S. (2001). Proportional Reasoning in Nursing Practice. *Journal for Research in Mathematics Education, 32*(1), 4-27.

Gleichung mit einer Unbekannten a / b = X /d

Gleiche Proportionen a / b = c /d

Dreisatz
4 mal gleich 20
1 mal gleich 5
7 mal gleich 35

Parallele Skalen

30	45
20	30
10	15

3. Mathematische Beweise

Im Internet findet sich folgender Gedankenlesetrick:

(http://www.prophezeiungsforum.de/scripte/Gedankenleser.htm)

- Denke an eine zweistellige Zahl (zum Beispiel: 54)
- Ziehe beide vorkommenden Zahlen von der ursprünglichen Zahl ab (Beispiel: 54 - 5 - 4 = ergibt 45)
- Suche in der Liste das Resultat und merke Dir das dazugehörige Symbol.
- **Konzentriere Dich stark auf das Symbol**. Klicke auf das graue Feld (hier nicht abgebildet) und deine Gedanken werden gelesen.

99	m	98	d	97	i	96	I	95	m	94	o	93	T	92	^	91	_	90	^
89	N	88	6	87	o	86	I	85	n	84	d	83	d	82	U	81	I	80	f
79	6	78	U	77	f	76	I	75	o	74	^	73	o	72	I	71	b	70	v
69	{	68	U	67	h	66	I	65	S	64	J	63	I	62	M	61	b	60	n
59	J	58	b	57	_	56	R	55	{	54	I	53	I	52	^	51	x	50	N
49	x	48	f	47	n	46	v	45	I	44	R	43	x	42	d	41	m	40	f
39	o	38	T	37	R	36	I	35	v	34	M	33	z	32	i	31	^	30	i
29	{	28	I	27	I	26	h	25	U	24	T	23	I	22	{	21	v	20	d
19	z	18	I	17	I	16	h	15	J	14	v	13	J	12	x	11	O	10	I
9	I	8	n	7	T	6	T	5	f	4	u	3	i	2	b	1	U	0	I

Der Trick funktioniert immer. Egal welche Zahl man wählt, im grauen Feld scheint das zum Resultat der entsprechenden Rechnung gehörige Symbol.

Erklärungen:

1. Wenn man zuerst die „Einer“ abzieht, kann als Zwischenresultat nur 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 oder 90 auftreten. So sieht man leicht, dass die Rechnung nur die Resultate 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72 und 81 ergeben kann. All diese Zahlen haben in der Tabelle dasselbe Symbol, das dann natürlich auch erscheint. (Damit der Trick nicht allzu sehr auffällt, wird im Internet bei jedem Versuch eine neue Tabelle generiert).
2. Wenn man zuerst die „Einer“ abzieht, erhält man eine Zahl der Zehnerreihe. Nun ist $10 = 9 + 1$, $20 = 2 \cdot 10 = 2 \cdot 9 + 2$ usw. D.h. wenn man von einer Zahl der Zehnerreihe die „Zehner“ abzieht, erhält man immer eine Zahl der Neunerreihe. Die Neunerreihe liegt in der Tabelle auf der Diagonale von unten links nach oben rechts. Und in allen Feldern dieser Diagonale steht dasselbe Symbol.
3. Eine zweistellige Zahl kann man als $10 \cdot x + y$ schreiben, wobei x und y einstelligen Zahlen sind. Die Rechnung, die durchgeführt werden muss, lautet dann $10 \cdot x + y - x – y = 9 \cdot x$. Das Resultat ist also immer durch 9 teilbar und alle durch 9 teilbaren Zahlen in der Tabelle haben dasselbe Symbol zugeordnet.

Alle drei Erklärungen sind korrekte und überzeugende mathematische Beweise. Sie arbeiten aber mit immer abstrakteren mathematischen Konzepten.

		Aufteilen (quotitive Division)	**Verteilen** (partitive Division)
	Multiplikation a □ b = ?	Division ? □ b = c Multiplikator (Anzahl der Portionen) gesucht	Division a □ ? = b Multiplikand (Grösse der Portionen) gesucht
1. Vervielfachung von Grössen	Geg.: Anzahl u. Grösse d. Teilportionen	Geg.: Das Ganze und **Grösse** der Teilportionen	Geg.: Das Ganze und **Anzahl** der Teilportionen
1.1 Teile-Ganzes-Struktur *1.1.1 Räumlich-simultan*	3 Tüten, in jeder 4 Äpfel.	Insgesamt 12 Äpfel. In jede Tüte 4 Äpfel.	Insgesamt 12 Äpfel. In 4 Tüten.
	3 Schnüre, jede 4 m lang.	Insgesamt 12 m. Jedes Stück 4 m.	Insgesamt 12 m. Teilen in 4 gleiche Stücke.
	3 Gefässe, jedes fasst 4 l.	Insgesamt 12 l. In jedes Gefässe 4 l.	Insgesamt 12 l. Verteilen auf 4 gleiche Gefässe.
1.1.2 Zeitlich-sukzessiv	3-mal gehen. Jedes Mal 4 Äpfel holen.	Insgesamt 12 Äpfel holen. Jedes Mal 4 Äpfel.	Insgesamt 12 Äpfel holen. 4-mal gehen.
	3-mal gehen. Jedes Mal 4 kg holen.	Insgesamt 12 kg holen. Jedes Mal 4 kg.	Insgesamt 12 kg holen. 4-mal gehen.
	In 1 Tüte 4 Äpfel. Wie viele Äpfel in 3 Tüten?	In eine Tüte 4 Äpfel. Wie viele Tüten für 12 Äpfel?	12 Äpfel sollen in 4 Tüten abgepackt werden. Wie viele kommen in eine Tüte?
1.2 Proportionalitäts-struktur	In 1 h 4 km. Wie viele km in 3 h?	In 1 h 4 km. Wie lange für 12 km?	In 4 h ging er 12 km. Wie viele km in 1 h?
	4 DM pro kg. Wie viel kosten 3 kg?	1 kg kostet 4 DM. Wie viele kg für 12 DM?	4 kg Äpfel kosten 12 DM. Wie viel kostet 1 kg?
1.3 Massumwandlung	1 Zoll sind 2,54 cm. Wie viele cm sind 3 Zoll?	1 Zoll sind 2,54 cm. Wie viel Zoll sind 7,62 cm?	4 Zoll sind 10,16 cm. Wie viele cm ist 1 Zoll?
1.4 Multiplikativer Vergleich zweier Grössen	A hat 4 Äpfel. B hat 3-mal so viele.	A hat 4 Äpfel, B hat 12 Ä. Wievielmal so viel?	B hat 12 Äpfel. Das sind 4-mal so viele wie A.
	A bekommt monatlich 5 DM Taschengeld. B bekommt 3-mal so viel.	A bekommt monatlich 5 DM, B bekommt 15 DM. Wievielmal so viel bekommt B?	B bekommt 15 DM. Das ist 4-mal so viel wie A bekommt. Wie viel bekommt A?
1.5 Multiplikative Veränderung einer Grösse	Ein Elastikband kann auf das Dreifache seiner Länge gedehnt werden. Auf welche Länge kann ein 4 m-Band gedehnt werden?	Ein Elastikband der Länge 4 m kann auf 12 m gedehnt werden. Auf das Wievielfache seiner Originallänge kann es gedehnt werden?	Ein Elastikband kann auf das Vierfache seiner Länge gedehnt werden. Welche Originallänge hat ein auf 12 m gedehntes Band?
2. Produkt von Grössen 2.1 Anzahl x Anzahl Kombinatorisches Modell	3 Röcke, 4 Blusen. Wie viele verschiedene Möglichkeiten?	Division wäre möglich, ist aber nicht üblich.	
Ausmessen mit Einheits-Fläche	Ein Zimmer ist 3 m lang und 4 m breit. Wie viele Meterquadrate braucht man zum Auslegen?		
2.2 Länge x Länge	Ein Teppich ist 3 m lang und 4 m breit. Wie gross ist sein Flächeninhalt?	Ein Teppich hat 20 m² Flächeninhalt. Er ist 4 m breit. Wie lang ist er?	
2.3 Produkt sonstiger Grössen	Ein elektrisches Heizgerät mit 3 kW Leistung brennt 4 h. Wie viele kWh verbraucht es?	Ein Heizgerät mit 4 kW Leistung verbrauchte 12 kWh. Wie lange war es eingeschaltet?	In 4 h verbrauchte ein Heizgerät 12 kWh. Wie groß ist die Heizleistung?

Tab. 4: Sachsituationen zur Multiplikation/Division (nach Tabelle 9.1, Gerster & Schultz, 2004, S. 389)

4.6 Verfahren einüben

4.6.1 Cognitive Apprenticeship: Die Grundidee

Beim Erlernen manueller Fertigkeiten gibt es die traditionelle Vorgehensweise des „Vormachen und Nachmachen Lassens“. *Cognitive Apprenticeship* versucht diese Instruktionstechnik für kognitive Fertigkeiten wie Berechnen, Planen, Reflektieren, Auswerten etc. nutzbar zu machen. Daher der Name:

cognitive:	kognitiv (= Denkprozesse betreffend)
apprenticeship:	Lehre, Meisterlehre, Anlehre

Das Verfahren wurde zwischen 1980 und 1990 in den USA entwickelt und erforscht (Collins et al., 1989). Es führt über folgende Schritte:

1. ***Modellieren*** (Modelling): Die Lehrperson demonstriert das Vorgehen. Die Lehrperson führt die exemplarische Lösung einer Aufgabe vor und beschreibt, welche Überlegungen sie dabei anstellt. Dadurch werden die nicht sichtbaren kognitiven Vorgänge externalisiert.
2. ***Coachen*** (Coaching): Die Lernenden üben, die Lehrperson unterstützt. Die Lehrperson beobachtet, wie die Lernenden die Aufgaben lösen, gibt Feedbacks und bietet gezielte Hilfestellungen an. Dabei sind zwei Prinzipien wichtig:
   - ***Stützen*** (Scaffolding): Die Lehrperson unterstützt die Lernenden wo nötig, indem sie diese beispielsweise an einzelne Schritte des Ablaufs erinnert oder zusätzliche Erklärungen abgibt. Sie kann auch Teilaufgaben übernehmen, welche die Lernenden noch nicht alleine bewältigen können.
   - ***Ausblenden*** (Fading): Die Unterstützung tritt in den Hintergrund, sobald die Lernenden die entsprechenden Aspekte der Aufgabe selbst durchführen können. Die Hilfe wird langsam reduziert, bis sie gar nicht mehr nötig ist.
3. ***Artikulieren*** (Articulation): Die Lernenden fassen ihr Vorgehen in Worte. Dies entspricht dem *Modellieren*, nur das jetzt die Lernenden ihre Problemlöseprozesse explizit beschreiben.
4. ***Reflektieren*** (Reflection): Das erlernte Vorgehen wird kritisch reflektiert. Lehrende und Lernende diskutieren gemeinsam, warum das gelernte Vorgehen funktioniert. Sie arbeiten seine Stärken heraus und diskutieren die Grenzen seines Anwendungsbereiches.
5. ***Explorieren*** (Exploration): Das gelernte Vorgehen wird auf andere Anwendungskontexte übertragen. Die Lernenden diskutieren und erproben, ob sich das erlernte Vorgehen auch in anderen Kontexten einsetzen lässt, die sich mehr oder weniger stark vom Lernkontext unterscheiden.

Die ersten beiden Schritte entsprechen dem traditionellen „Vormachen und Nachmachen lassen“. Die weiteren drei Schritte gehen darüber hinaus, da das Erlernen kognitiver Fertigkeiten anderen Gesetzmässigkeiten folgt als das Erlernen manueller Fertigkeiten.

4.6.2 Anmerkungen zu den einzelnen Schritten

Modellieren: Hinter diesem Lernschritt steht eine einfache Grundidee: Die Lehrperson „macht vor“ und bietet so den Lernenden ein Modell des Vorgehens. Wichtig ist dabei, dass es sich um ein realistisches Modell handelt. Eine perfekte Show an der Wandtafel bringt wenig. Es muss für die Lernenden erkennbar sein, wo die Stolpersteine und Schwierigkeiten liegen und was sich jemand wirklich denkt, der auf diese Art eine Aufgabe bearbeitet. Es hat sich daher bewährt, wenn die Lehrperson für das *Modellieren* nicht ein vorbereitetes Beispiel einsetzt, sondern eine Aufgabe, welche auch für sie neu ist. Geht es also z.B. darum, das schriftliche Dividieren zu *modellieren*, so macht es Sinn, sich von den Lernenden eine Aufgabe geben zu lassen und dann laut denkend mit all den Schwierigkeiten zu kämpfen, die beim Lösen auftreten.

Coachen: *Coachen* fasst die traditionellen didaktischen Schritte Nachmachen lassen und Üben zusammen. Der Coaching-Schritt ist erst dann abgeschlossen, wenn das Vorgehen bei den Lernenden wirklich eingeübt ist und sitzt. *Stützen* und *Ausblenden* unterstreicht nichts anderes, als dass die Lernenden zu Beginn noch Hilfe brauchen, dann aber mit der Zeit lernen müssen, auf ihren eigenen Füssen zu stehen.

Entscheidend ist dabei natürlich, dass die Aufgaben für die Lernenden nicht zu einfach und nicht zu schwierig sind. Sind sie zu einfach, brauchen die Lernenden nichts zu lernen; sind sie zu schwierig, können sie nichts lernen.

Artikulieren: Nach den ersten beiden Schritten können die Lernenden im Prinzip das Verfahren routiniert auf die Art von Beispielen anwenden, die zum Üben verwendet wurden. Die restlichen drei Schritte stellen nun sicher, dass ihnen das Verfahren nicht nur als blinde Routine, sondern als bewusst einsetzbares Werkzeug zur Verfügung steht. Sie sind für ein nachhaltiges Lernen genauso wichtig wie die ersten beiden Schritte, auch wenn in vielen Darstellungen von *Cognitive Apprenticeship* praktisch nur diese ersten Schritte ausführlich besprochen werden. Der Schritt *Artikulieren* bereitet die beiden nächsten Schritte vor. Die Lernenden üben so, über das zu sprechen, was sie tun.

Reflektieren: Beim vierten Schritt geht es um die Begründung hinter dem geübten Verfahren: Warum funktioniert es? Speziell an *Cognitive Apprenticeship* ist, dass diese Begründung nicht zu Beginn gegeben wird, sondern erst dann zum Thema wird, wenn die Lernenden mit dem Verfahren bereits bestens vertraut sind. Der Grund dafür ist, dass Lernende eine Erklärung für etwas, das sie sich noch kaum vorstellen können und mit dem sie noch keine Erfahrung haben, nur schwer verstehen. Erst wenn sie konkrete Erfahrungen mit einem Verfahren gesammelt haben, sind sie für eine Erklärung aufnahmefähig und bereit mitzudiskutieren. Dass sie die dem Verfahren zugrundeliegende Logik verstehen, ist aus verschiedenen Gründen wichtig. Dieses Verständnis erlaubt es ihnen, wieder auf den richtigen Weg zurückfinden, wenn sie bei der Anwendung des Verfahrens stecken bleiben oder einen Fehler machen. Es ermöglicht den Lernenden, bei Bedarf das Vorgehen auch einmal an eine neue Aufgabe anzupassen. Und nicht zuletzt erwerben die Lernenden ein Verständnis für die Grenzen des Anwendungsbereiches des Verfahrens.

Die Diskussion profitiert stark, wenn vor dem ersten Schritt, d.h. vor dem *Modellieren*, die Vorerfahrung der Lernenden abgeklärt wird *(vgl. Abschnitt Modellieren).*

Explorieren: Der letzte Schritt versucht, einen flexiblen Umgang mit dem erlernten Verfahren einzuleiten. Angestrebt wird ein Transfer aus dem Bereich der Aufgaben hinaus, welche für das Üben benutzt wurden. Das kann einerseits bedeuten, dass das Verfahren als Ganzes auf andere ähnliche Aufgaben übertragen wird. Vielleicht lassen sich aber auch Teile daraus oder die eine oder andere darin enthaltene Grundidee an anderen Orten wiederverwenden. Was in diesem Schritt möglich und machbar ist, hängt stark von der Art des vermittelten Verfahrens ab.

4.6.3 Cognitive Apprenticeship plus

Setzt man *Cognitive Apprenticeship* in Reinform ein, so wird das neue Verfahren direkt ohne grosse Einleitung vermittelt. Dabei besteht die Gefahr, dass die Lernenden nicht wirklich in die Aufgabe einsteigen. Sie wissen nicht, für welche Probleme das vorgestellte Verfahren eine Lösung anbietet. Abgesehen von den motivationalen Schwierigkeiten, die daraus resultieren, fehlt ihnen damit der Hintergrund, auf dem sie das *Modell* verstehen können.

Sinnvoller ist es deshalb, bei der Vermittlung von Verfahren einen grösseren Bogen zu spannen und beim Vorwissen und den Erfahrungen der Lernenden anzusetzen. Dabei geht es darum, für die Lernenden das neue Verfahren als Lösung für jene Probleme erlebbar zu machen, welche sie mit ihrem bisherigen Wissen nicht bewältigen können. Dieser Bogen umfasst drei Schritte:

a. Anknüpfen an das Vorwissen der Lernenden

b. Instruktion und Einüben des Vorgehens

c. Reflexion des Vorgehens

(vgl. Gallin & Ruf, 1990; Lütje-Klose, 2003; Wildt, 2003)

Cognitive Apprenticeship deckt die letzten beiden Schritte ab (b: *Modellieren* und *Coachen*; c: *Artikulieren*, *Reflektieren* und *Explorieren*).

Der erste Schritt (a: Anknüpfen an das Vorwissen der Lernenden) geht davon aus, dass die Lernenden immer schon Vorwissen mitbringen. Sie sind kein unbeschriebenes Blatt, sondern haben bereits Vorstellungen davon, wie sich Aufgaben bearbeiten lassen, zu denen man ihnen etwas beibringen möchte (Gallin & Ruf sprechen von den *singulären Perspektiven* der Lernenden). Diese Vorstellungen gilt es aufzugreifen. Bewährt haben sich drei Teilschritte:

Aufgaben lösen lassen: Die Lernenden erhalten gleich zu Beginn den Auftrag, Aufgaben der Art zu bearbeiten, für die man ihnen ein Lösungsverfahren beibringen möchte. Soll z.B. schriftliches Addieren vermittelt werden, könnte die Aufgabe lauten: „Zählt 24'367 und 3'858 zusammen!“ Die Aufgaben dürfen einerseits nicht zu schwierig sein, so dass die Lernenden aufgrund ihres Vorwissens gewisse Erfolge erzielen können. Andererseits müssen sie anspruchsvoll genug sein, damit die Lernenden erleben können, dass ihr Vorwissen allein nicht ausreicht. Falls man mit den Lösungsstrategien vertraut ist, welche Lernende typischerweise mitbringen, kann man versuchen, die Aufgaben so zu wählen, dass die jeweiligen Schwächen dieser Strategien deutlich werden.

Die Lernenden arbeiten in kleinen Gruppen. Sie halten in geeigneter Form fest, wie sie bei der Bearbeitung der Aufgabe vorgehen oder wie sie denken, dass man am besten vorgeht.

Lösungen und Strategien vergleichen: Die Lernenden stellen ihre Lösungen und ihr Vorgehen auf dem Weg dorthin vor. Meist lösen die Unterschiede zwischen den einzelnen Vorgehensweisen bereits eine lebhafte Diskussion über deren Stärken und Schwächen aus. Diese kann man unterstützen, indem man anhand geeigneter Beispielaufgaben diese Stärken und Schwächen herausarbeitet. Wichtig ist dabei, dass man nicht nur die Defizite der gewählten Lösungsstrategie thematisiert, sondern auch deren Stärken positiv würdigt. Fast jeder Lösungsvorschlag wird Elemente enthalten, welche später im instruierten Vorgehen wieder auftreten.

Bei diesem Teilschritt sind Überraschungen möglich. Es ist durchaus denkbar, dass die Lernenden bereits über adäquate Vorgehensweisen verfügen. Dann erübrigen sich die nächsten Schritte!

Offene Fragen herausarbeiten: Ist dies nicht der Fall, werden anschliessend die Schwierigkeiten zusammengestellt, mit denen die Vorgehensweisen der Lernenden nicht fertig werden und die durch den zu erlernenden Ansatz überwunden werden sollen. Diese Zusammenstellung motiviert die anschliessende Instruktion und kann beim *Reflektieren* (Schritt 4. von *Cognitive Apprenticeship)* wieder aufgegriffen werden.

Das darauf folgende *Modellieren* führt die *reguläre Perspektive* ein (Gallin & Ruf). Dabei ist wichtig, dass die Lernenden erleben, dass das Modell ihre persönlichen, singulären Konstruktionen „rekonstruiert" (Lütje-Klose), d.h. ihre Stärken bewahrt und ihre Schwächen überwindet, also eine echte Lösung für ein echtes Problem ist (Wildt).

Reflektieren und dann vor allem *Explorieren* übernehmen anschliessend jene Aufgabe, die Lütje-Klose „Dekonstruktion" nennt. Sie machen sichtbar, dass die neu eingeführte *reguläre* Vorgehensweise zwar viele Schwierigkeiten der *singulären* Zugänge überwindet, selbst aber wieder ihre Grenzen hat.

4.6.4 Mehrmals hin und her zwischen Erfahrung und Instruktion

In dem hier skizzierten Ablauf findet ein enges Zusammenspiel zwischen den *Erfahrungen* der Lernenden und der *Instruktion* durch die Lehrperson statt (für den wissenstheoretischen Hintergrund dieses Vorgangs vgl. Kaiser, 2005). Der Lernprozess beginnt bei den singulären Vor-*Erfahrungen* der Lernenden (vgl *Abb.*). Diesen wird als *Instruktion* das reguläre Modell bzw. Verfahren gegenübergestellt. Beim Versuch, dieses Modell umzusetzen, machen die Lernenden *Erfahrungen* mit allerlei Anwendungsschwierigkeiten. Die *Instruktion* in Form des Coaching unterstützt sie dabei, diese zu überwinden. Mit der Zeit stellen sich positive *Erfahrungen* in Form gelungener Anwendungen ein, welche dann reflektiert werden und so schliesslich zu einem reflektierten *Erfahrung*swissen führen.

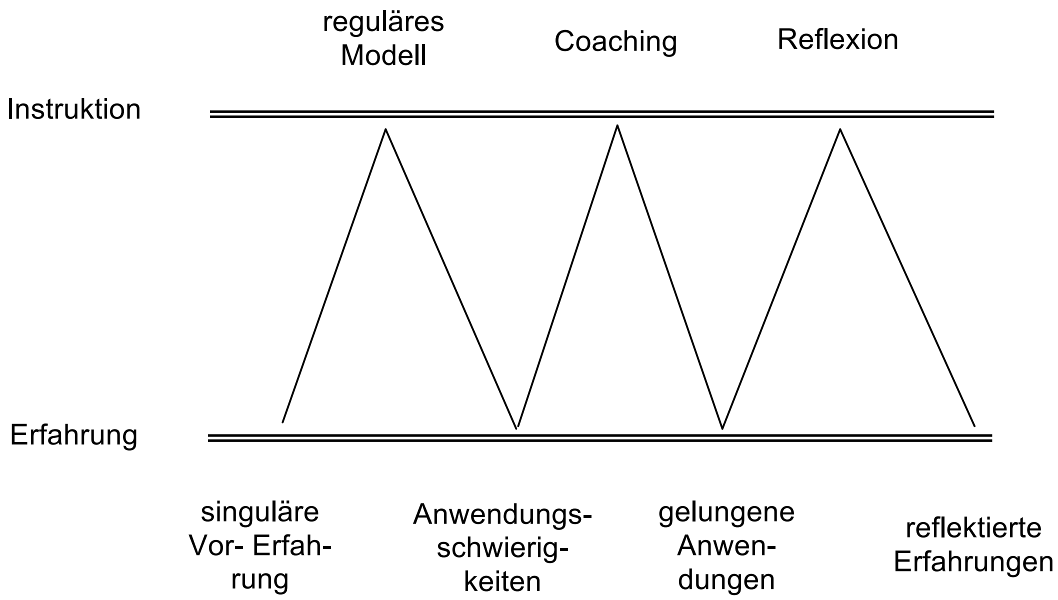


Abb. 10: Cognitive Apprenticeship plus als Hin und Her zwischen Erfahrung und Instruktion

4.6.5 Literatur

- Collins, A., Brown, J.S. & Newman, S.E. (1989). Cognitive Apprenticeship: Teaching the crafts of reading, writing, and mathematics. In L. B. Resnick (Ed.), Knowing, learning and instruction (pp.453-494). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Gallin, P. & Ruf, U. (1990) Sprache und Mathematik in der Schule. Zürich, Verlag Lehrerinnen und Lehrer Schweiz.
- Kaiser, H. (2005). Wirksames Wissen aufbauen - ein integrierendes Modell des Lernens. Bern, h.e.p. verlag.
- Lütje-Klose, B. (2003) Didaktische Überlegungen für Schülerinnen und Schüler mit Lernbeeinträchtigungen aus systemisch-konstruktivistischer Sicht. In: Balgo, R. & Werning, R.: Lernen und Lernprobleme im systemischen Diskurs. Dortmund, verlag modernes lernen, Borgmann: 173-204.
- Wildt, M. (2003) Von der Gefahr der Fachstruktur und den Erfordernissen der am Lernprozess Beteiligten - eine systemische Reflexion über Lernen und Lernprobleme im Mathematikunterricht. In: Balgo, R. & Werning, R.: Lernen und Lernprobleme im systemischen Diskurs. Dortmund, verlag modernes lernen, Borgmann: 205 -232.

4.7 Materialien

4.7.1 Programme und Internetseiten

Auf den folgenden Internetseiten findet man Übungsprogramme, die entweder direkt dort bearbeitet werden können oder die man gratis herunterladen kann[25]. Die Zusammenstellung erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

www.ich-will-lernen.de

Ein Portal mit einem umfassenden Angebot zur Förderung von Sprache und Rechnen auf tiefstem Niveau: Diagnosetools, automatisch zusammengestellte „Arbeitsmappen“, Hilfen beim Zeitmanagement.

www.gomath.ch

Grundrechenarten verschiedenster Schwierigkeitsstufen, Brüche, Prozentrechnen, Masseinheiten. Die Benutzerführung ist zwar französisch; sind aber die Aufgaben einmal gewählt, spielt die Sprache keine Rolle mehr. Zudem kann man zu jeder Aufgabe Übungsblätter ausdrucken.

http://www.fi.uu.nl/toepassingen/00207/toepassing_wisweb.en.html

http://www.fi.uu.nl/toepassingen/00208/toepassing_wisweb.en.html

http://www.fi.uu.nl/toepassingen/02015/toepassing_wisweb.en.html

Dreidimensionale Geometrieaufgaben. Die Benutzerführung ist zwar englisch; sind aber die Aufgaben einmal gewählt, spielt die Sprache keine Rolle mehr.

http://www.fi.uu.nl/rekenweb/en/

Weitere dreidimensionale Geometrieaufgaben. Auf Kinder ausgerichtet, aber durchaus brauchbar.

http://mathenpoche.sesamath.net

Nur Französisch, braucht etwas mehr Erklärung. Es handelt sich um eine sehr gut ausgebaute Internetseite mit vielen Aufgabentypen.

http://www.mathsnet.net/intro.html

Englisch. Unter „numeracy“ findet man viel Material, welches sich aber eher für Demonstrationen als zum selber Bearbeiten eignet.

---

[25] Der grösste Teil der Hinweise stammen aus der Sammlung von Yohann Rebord, Atelier de Calculs, Retravailler-CORREF, Lausanne (http://www.corref.ch/)

http://mathforum.org/mathtools

Englisch. Unter „Browse“ folgende Einstellungen wählen: Catalog, Tools und dann Java Applet oder Flash.

http://nlvm.usu.edu/

Englisch. Unterschiedliche Aufgaben auf verschiedenen Schwierigkeitsstufen.

http://www.mathepower.com

Keine Aufgaben, sondern Lösungen!

http://kopfrechentrainer.moritzjoesch.de/

Simpler Trainer für Grundrechenarten

http://www.legasthenie-software.de/cgi-bin/wwwklex.prg

Eigentlich eine Demo-Seite für ein Produkt, das man kaufen muss. Einige Übungen lassen sich aber online bearbeiten (1x1, x-Shuffel).

http://www.arndt-bruenner.de/mathe/scripts/einheitenueben.htm

Umwandeln von Einheiten. Sehr flexibel, denn man kann genau festlegen, welche Einheiten vorkommen sollen.

www.ossl.ch

Im Downloadbereich gibt es verschiedene schöne Programme unter anderem zu folgenden Themen:

- Geld herausgeben
- Uhrzeit
- Fahrplan
- etc.

Dazu Programme, welche Arbeitsblätter generieren, z.B.

- Kassenbuch

Für das Starten der genannten Programme wird der *Revolution Player* benötigt (kann ebenfalls dort heruntergeladen werden). Der Player bedarf keiner Installation. Am einfachsten geht es, wenn man Programme und Player im selben Verzeichnis speichert. Dann kann man die Programme zum Starten einfach mit der Maus auf den Player ziehen.

4.7.2 Arbeitsblätter

Da Mathematiklehrer offenbar ein sehr positives Verhältnis zum Internet haben, findet man dort in grossen Mengen mehr oder weniger gelungene Arbeitsblätter. Ein guter Einstieg bietet Google mit den Suchbegriffen „Arbeitsblätter“ und „Rechnen“.

Interessanterweise finden sich aber keine Arbeitsblätter, mit welchen das Abschätzen von Resultaten geübt werden kann. Abschätzen wird immer dann benötigt, wenn die eigentliche Rechnung von einer Maschine übernommen wird (Taschenrechner, Kasse etc.) und es nur darum geht, kurz zu kontrollieren, ob das Resultat plausibel ist oder ob allenfalls ein Eingabefehler vorliegt.

Da das Abschätzen gegenüber dem eigentlichen Rechnen immer wichtiger wird, finden sich im Folgenden verschiedene Entwürfe zu entsprechenden Übungsanlagen.

Schätzübungen
Kleines 1x1

5 x 7	zwischen	30	und	40	35
3 x 2	zwischen	__	und	__	__
4 x 8	zwischen	__	und	__	__
9 x 3	zwischen	__	und	__	__
3 x 7	zwischen	__	und	__	__
5 x 5	zwischen	__	und	__	__
8 x 8	zwischen	__	und	__	__
7 x 6	zwischen	__	und	__	__
8 x 9	zwischen	__	und	__	__
7 x 7	zwischen	__	und	__	__
8 x 3	zwischen	__	und	__	__
3 x 9	zwischen	__	und	__	__
6 x 8	zwischen	__	und	__	__
9 x 6	zwischen	__	und	__	__
4 x 7	zwischen	__	und	__	__

Schätzübungen
Grosse Multiplikationen

23 x 41	zwischen	900 und 950	943
54 x 77	zwischen	__ und __	__
17 x 83	zwischen	__ und __	__
39 x 14	zwischen	__ und __	__
83 x 39	zwischen	__ und __	__
87 x 85	zwischen	__ und __	__
39 x 44	zwischen	__ und __	__
30 x 24	zwischen	__ und __	__
39 x 39	zwischen	__ und __	__
83 x 64	zwischen	__ und __	__
84 x 40	zwischen	__ und __	__
59 x 34	zwischen	__ und __	__
13 x 65	zwischen	__ und __	__
97 x 78	zwischen	__ und __	__
35 x 19	zwischen	__ und __	__

Schätzübungen
Sehr grosse Multiplikationen

1’500 x 75	zwischen	11’000	und	12’000	11’250
35 x 2’800	zwischen	______	und	______	_______
5’712 x 53	zwischen	______	und	______	_______
2’958 x 31	zwischen	______	und	______	_______
38 x 1’402	zwischen	______	und	______	_______
4’308 x 59	zwischen	______	und	______	_______
5’061 x 26	zwischen	______	und	______	_______
11 x 5’072	zwischen	______	und	______	_______
2’676 x 25	zwischen	______	und	______	_______
1’108 x 90	zwischen	______	und	______	_______
99 x 4’725	zwischen	______	und	______	_______
24 x 4’063	zwischen	______	und	______	_______
7’911 x 66	zwischen	______	und	______	_______
83 x 6’991	zwischen	______	und	______	_______
7’572 x 33	zwischen	______	und	______	_______

Schätzübungen
Multiplikationen mit Kommastellen

8 x 1.79	zwischen	14	und	16	14.32
7 x 3.90	zwischen	_____	und	_____	_____
8 x 3.79	zwischen	_____	und	_____	_____
8 x 1.29	zwischen	_____	und	_____	_____
6 x 8.99	zwischen	_____	und	_____	_____
9.33 x 6	zwischen	_____	und	_____	_____
3.91 x 5	zwischen	_____	und	_____	_____
8 x 1.16	zwischen	_____	und	_____	_____
3 x 8.49	zwischen	_____	und	_____	_____
4 x 4.30	zwischen	_____	und	_____	_____
5 x 7.49	zwischen	_____	und	_____	_____
4 x 9.49	zwischen	_____	und	_____	_____
7 x 1.57	zwischen	_____	und	_____	_____
3 x 1.47	zwischen	_____	und	_____	_____
2 x 6.28	zwischen	_____	und	_____	_____

Schätzübungen
Divisionen

65 : 8	zwischen	8	und 9	8.125
48 : 11	zwischen	__	und __	__
22 : 6	zwischen	__	und __	__
41 : 5	zwischen	__	und __	__
74 : 9	zwischen	__	und __	__
39 : 5	zwischen	__	und __	__
36 : 9	zwischen	__	und __	__
29 : 8	zwischen	__	und __	__
70 : 8	zwischen	__	und __	__
71 : 11	zwischen	__	und __	__
93 : 5	zwischen	__	und __	__
30 : 8	zwischen	__	und __	__
88 : 6	zwischen	__	und __	__
73 : 7	zwischen	__	und __	__
35 : 10	zwischen	__	und __	__

Schätzübungen
Grosse und sehr grosse Divisionen

140’000 : 25	zwischen 5’000	und 6’000	5’600
587 : 93	zwischen __	und __	__
491 : 22	zwischen __	und __	__
673 : 64	zwischen __	und __	__
618 : 53	zwischen __	und __	__
770 : 40	zwischen __	und __	__
895 : 29	zwischen __	und __	__
385 : 40	zwischen __	und __	__
870’470 : 61	zwischen __	und __	__
886’225 : 36	zwischen __	und __	__
140’684 : 22	zwischen __	und __	__
433’196 : 23	zwischen __	und __	__
606’558 : 75	zwischen __	und __	__
693’778 : 50	zwischen __	und __	__
783’573 : 85	zwischen __	und __	__

Schätzübungen
Kassenzettel

1.25 6.55 5.60 4.90 2.35 7.40 6.65 11.60 11.90 10.85 9.85	11.95 9.55 5.20 17.30 6.15 12.85 16.05	9.80 7.25 2.95 2.40 15.85 12.70 12.35 1.40 3.15
zwischen 75 und 80 78.90	zwischen ___ und ___ ___	zwischen ___ und ___ ___

14.60 4.95 15.05 17.30 8.25 4.55 4.05 3.25	12.05 7.35 8.50 9.85 4.80 14.35 5.50 6.80 9.30 1.95 6.55	3.95 1.65 1.95 14.05 12.35 3.65
zwischen ___ und ___ ___	zwischen ___ und ___ ___	zwischen ___ und ___ ___

Anhang

Rethinking Assessment:

Strategies for holistic adult numeracy assessment

A resource book for practitioners, policy makers, re-searches and assessors

Beth Marr, Sue Helme & Dave Tout (2003),

Language Australia

« Building a Model of Holistic Competence », p. 3-14

Ein Modell ganzheitlicher Kompetenz aufbauen

Ein zentraler Aspekt des „Holistic Adult Numeracy Assessment“ Projekts (ganzheitliches Assessment in Alltagsmathematik) bestand darin, ein Bild der Haltungen und Verhaltensweisen Lernender zu entwickeln, welche Lehrende im Auge haben, wenn sie alltagsmathematische Kompetenz beurteilen. Zu diesem Zweck enthielten die anfänglichen Interviews und Diskussionen mit den Lehrenden die folgende Frage: *„Was bedeutet es für sie, in Alltagsmathematik kompetent zu sein?“* Diese Frage erlaubte es den erfahrenen Praktikern, über die Komplexität ihrer Vorstellung von „Kompetenz“ nachzudenken. Wie z.B. in folgender Aussage, welche verschiedene Überlegungsstränge zusammenführt:

> *Es bedeutet, über das Verständnis und die Fähigkeit zu verfügen, es jetzt zu tun; und vielleicht in sechs Monaten immer noch die Fähigkeit zu haben, es zu tun; und wenn nicht … die Ressourcen zu haben, es nochmals in Angriff zu nehmen, das Selbstvertrauen, dass man es kann … es ist nur eine Frage herauszufinden, wie. [Marg]*

Trotz den grossen Unterschieden zwischen den einzelnen befragten Lehrenden bestand doch ein überraschender Übereinklang in den Charakteristika, oder „Kriterien“, welche sie in ihren Beschreibungen von Kompetenz erwähnten. Diese Charakteristiken liessen sich in Kluster essenzieller Komponenten zusammenfassen, die kombiniert das Porträt einer Person mit zunehmender alltagsmathematischer Kompetenz abgaben. Keine dieser Komponenten wurde für sich allein als ausreichend betrachtet. Sie ergaben sich aus den Daten als sich ergänzende Teile eines Ganzen, Puzzelteile, welche zusammen das gesamte Bild ergeben.

Die zentrale Rolle der „Identität“

Zusammengenommen beschreiben die Merkmale ein ganzheitliches Kompetenzkonzept, bei dem ein Identitätswechsel, eine Veränderung des Selbstkonzepts, ein zentraler Aspekt ist. Die Mehrzahl der befragten Lehrenden sprach von einem Wandel von einer **„ich kann nicht …“**-Person zu einer **„ich kann ..“**-Person: Eine Verschiebung hin zu einer Identität als alltagsmathematisch kompetente Person.

> *Es gibt da diesen Glauben, dass sie es nicht können, der sehr stark verankert ist. In Gesprächen sprechen sie oft, als wären sie noch 13 Jahre alt. Nicht dass sie nun 30 sind und dass sie Vieles können. Es ist wie „ich war nie fähig zu …“. Viele Personen hängen noch am Bild wie sie waren, als sie die Schule verliessen – die Vision, dass sie nicht zurechtkommen oder dass sie nicht gut waren in der Schule. Das ganze System von Überzeugungen muss in Frage gestellt werden, so dass die Leute zulassen können, dass die wissen werden … [Barb].*

Die Komponenten einer ganzheitlichen Kompetenz

Die Komponenten liessen sich grob in kognitive und affektive Merkmale einteilen. Die kognitiven Komponenten benannten wir: *Fertigkeiten und Kenntnisse*, einen *Problemlösezyklus* einsetzen können und *Transfer und Anwendung*. *Selbstvertrauen, Bezug zur eigenen Person, Bezug zum eigenen Lernen* und *Selbstständigkeit* tauften wir die affektiven Komponenten. Auch diese weniger klar greifbaren Komponenten wurden von den meisten befragten Lehrenden als integraler Teil der Kompetenz angesehen.

Unseren Versuch, diese Komponenten in einem Diagramm darzustellen, haben wir während des Befragungszeitraums mehrfach überarbeitet. Die endgültige Metapher oder das endgültige Modell, ein Puzzle, wählten wir, weil die Teile ineinander greifen und weil jedes Teil wichtig für das Gesamtbild ist.

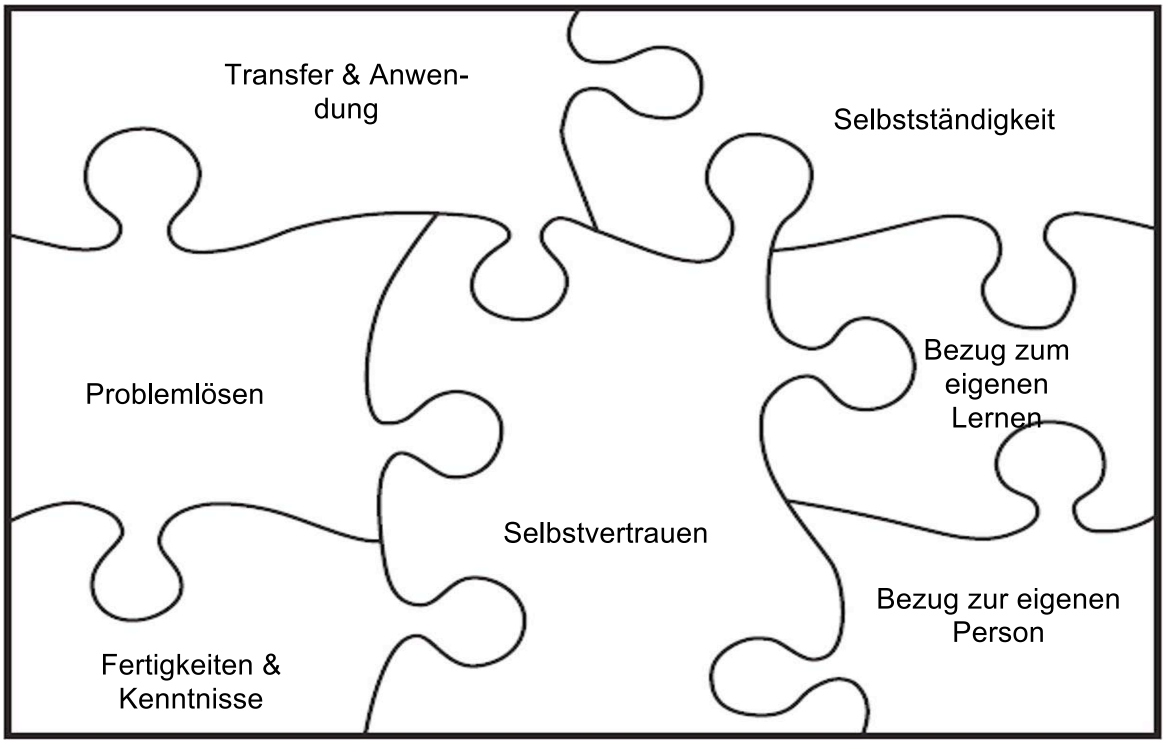
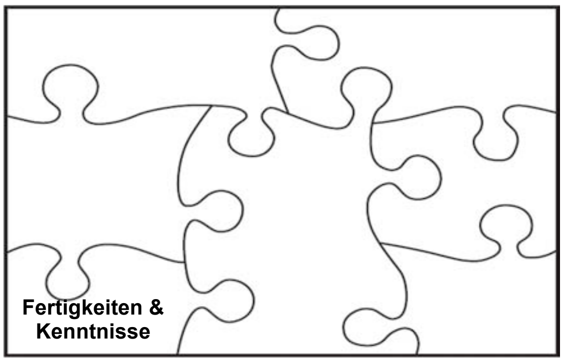


Abbildung 1: Das Modell einer ganzheitlichen Kompetenz in Alltagsmathematik

Der Rest dieses Kapitels beschreibt die sich ergänzenden Kompetenzen, spannt die Metapher des Puzzles weiter und diskutiert, welche praktischen Folgen dieses Modell für das Assessment alltagsmathematischer Kompetenz hat.

Kognitive Aspekte der Kompetenz

Fertigkeiten und Kenntnisse einsetzen



Die Fertigkeiten und das Kenntnisse zu erreichen, welche in den Lehrplänen vorgegeben sind, war eindeutig eine grundlegende Anforderung an den Aufbau einer Kompetenz. Drei Aspekte dieses Vorgangs wurden von den Lehrenden herausgestrichen: *Wiederholtes Vorzeigen*, *Verstehen* und *Integration*.

Wiederholtes Vorzeigen
Den Lehrenden war es wichtig, dass die Lernenden ihre Fertigkeiten bei mehreren Gelegenheiten sicher und voll Selbstvertrauen demonstrieren konnten. Zum Beispiel:

> *Sie konnten es gestern tun, sie können es jetzt tun, sie können es morgen immer noch tun … Ich pflege den Jungs zu sagen, dass es nur einmal zu tun mir nicht reicht … Sie müssen nächste Woche zurückkommen und es machen, in der Lage sein, es nochmals zu machen … relativ komfortabel, mit Selbstvertrauen [Lynn]*

Verstehen
Die Lehrenden verlangten von den Lernenden ein gewisses Verständnis für die Konzepte, welches über die reine Demonstration von Fertigkeiten und Abläufen hinausgeht:

> *Die Fragen, die sie stellen. z.B. fragen „wie funktioniert das?“. Oder wenn du ihnen eine Formel gibt’s, wie etwa für die Fläche eines Dreiecks: „Warum muss man das halbieren?“ Diese Verbindungen herstellen. „Oh ja! Ich kann es sehen. Das Dreieck ist die Hälfte des Rechtecks“. [Jakki]*

Integration

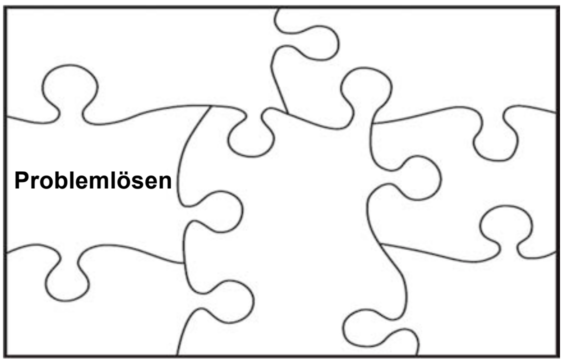
Es war zudem wichtig, dass verschiedene Aspekte der Alltagsmathematik integriert wurden oder von den Lernenden zueinander in Bezug gebracht wurden. Sie müssen als ein Satz aufeinander bezogener Kompetenzen gesehen werden und nicht nur als isolierte Fertigkeiten. Die Lehrenden sagten, dass sie nach Zeichen dafür Ausschau halten, dass die Lernenden verschiedene Wissenstücke zusammenpassen und neue mathematische Fertigkeiten in ihr bestehendes Repertoir an altem Wissen einbinden.

> *Die Erkenntnis um was es geht und wo es hinpasst und dabei das Wissen anwenden, das sie schon hatten … wenn jemand zurückkommt und sagt „Ja, da geht es um so und so“ und sie erinnern sich an frühere Zeiten … es gelingt ihnen die Stücke zusammenzufügen [Ruth]*

Oder wie Barb berichtet: „Manchmal sagen sie, das ist wie die anderen, die wir schon gemacht haben’ und greifen so wirklich frühere Erfahrungen auf und stellen Verbindungen her.“

Den Problemlösezyklus benutzen

Die Lehrenden betonten die Notwendigkeit, dass die Lernenden in der Lage sind, einen Weg durch ganze Aufgaben zu finden und nicht nur isolierte mathematische Fertigkeiten ausserhalb jeden Kontexts zu demonstrieren. Bevor sie ihre mathematischen Fertigkeiten einsetzen können, müssen die Lernenden die Information auswählen, welche sie brauchen, und sie müssen entschieden, welches die angemessene Strategie für das weitere Vorgehen ist.



> *Also da ist ein Prozess. Wenn sie dann bis zur Mathematik vorgedrungen sind, dann ist es nur ‚das und das wird durch das und das geteilt’ … aber all das, was vorher geschehen muss, wird sie daran hindern, überhaupt so weit zu kommen … [Di]*

Und nachdem sie gerechnet haben, müssen die Lernenden über die Bedeutung des Resultats nachdenken, müssen entscheiden, wie plausibel es unter den gegebenen Umständen ist und was sich daraus allenfalls für Folgen ergeben.

Wir haben diese Abfolge von Schritten den „Problemlösezyklus“ genannt. Kurz zusammengefasst kann er als vier verbundene Komponenten verstanden werden, wie in Abbildung 2 dargestellt.

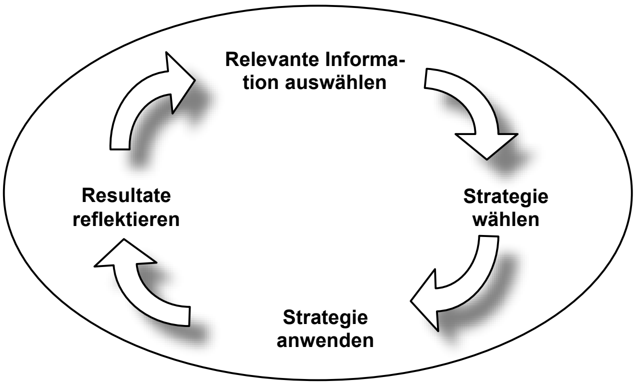


Abbildung 2: Problemlösezyklus

Viele Lehrende betonten wie wichtig es ist, diesen Zugang zu Alltagsmathematik zu unterstützen – und zwar schon früh im Lehrprogramm.

> *Ich bewerte mathematisches Denken höher als die Fähigkeit, immer alles präzise zu erledigen … Ich habe Lernende, die nur Additionen machen … unzählige Additionen, wo alles Problemlösen schon erledigt ist. Alles, was sie tun müssen, ist die richtige Antwort geben. Sie fangen nie an darüber nachzudenken, woher all diese Zahlen kommen. Und das im Gegensatz zu Lernenden, die sich wirklich hineinknien und den Prozess zu verstehen versuchen [Jakki].*

Die Praktiker diskutierten Reflexion oder Bewusstsein für den Prozess als einen integralen Bestandteil des Zyklus: „Metakognition. Nachdenken über Nachdenken. ‚Um dieses Problem zu lösen, was muss ich tun?‘“ [Martin]. Als sie näher auf diesen Aspekt der Kompetenz einging, beschrieb Barb einen Lernenden, der:

> *… sich durch ein Problem durcharbeitete und dann feststellte, dass etwas fehlt, und dann zurückging und sein Vorgehen änderte … er dachte also tatsächlich über den Prozess nach, den er einsetzte [Barb].*

Der Evaluationsschritt im Rahmen des Problemlösezyklus wurde von den meisten Lehrenden wiederholt als Zeichen von Kompetenz bewertet: „Wenn jemand mit einer Antwort kommt und dann sagt ‚Das stimmt nicht‘. Dass sie wissen, das es nicht stimmt, ist grossartig.“ [Ruth] Liz stimmte dem zu, dass sich dadurch eine höhere Stufe von Kompetenz zeigt: „zwischen eine falsche Antwort haben und *wissen*, dass sie falsch ist, und eine falsche Antwort haben, aber das *nicht* wissen.“

Das Australische ‚National Reporting System‘ (Coates et al, 1995)[26] betont ebenfalls die Bedeutung der verschiedenen Aspekte, die im vorgeschlagenen Problemlösezyklus beschrieben werden. Das System verwendet vier Indikatoren mit je fünf Niveaus: Ein Indikator betrifft das Auffinden von Information; einer betrifft das Auswählen und Anwenden von Strategien; einer die Evaluation des Resultats im Kontext und schliesslich noch ein Indikator betreffend die Kommunikation mathematischer Prozesse unter Verwendung einer angemessenen Sprache und angemessener Symbole. Diese Indikatoren kombinieren den „Strategie wählen“ und den „Strategie anwenden“-Schritt des vorgeschlagenen Problemlösezyklus, während sie zusätzlich die Kommunikation als weiteren Indikator enthalten. Im vorgeschlagenen Problemlösezyklus ist schriftliche oder mündliche Kommunikation (je nach Niveau) als integraler Teil eines jeden Schrittes gedacht.

---

[26] Coates, S., Fitzpatrick, L., McKenna, A. & Makin, A. (1995). National reporting system: A mechanism for reporting adult English language, literacy and numeracy indicators of competence. Melbourne, Australia: Office of Training and Further Education.

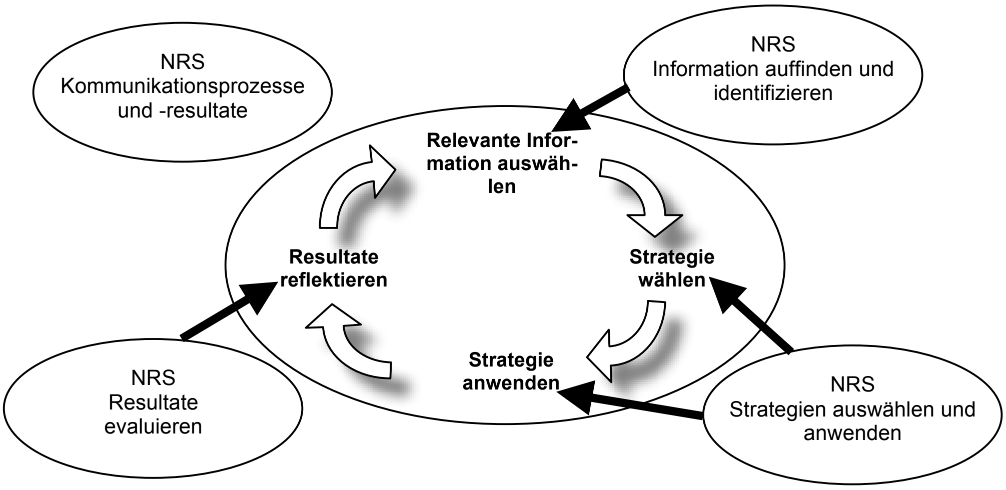
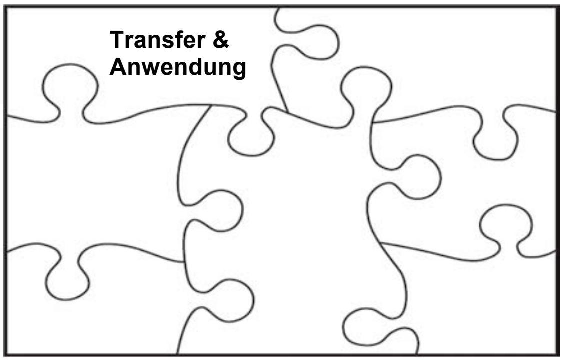


Abbildung 3: Problemlösezyklus mit NRS Indikatoren

Transfer und Anwendung von Fertigkeiten und Kenntnissen

Ich bin entschieden der Meinung, dass Kompetenz nicht nur darin besteht, Fertigkeiten zu haben. Es geht darum, diese Fertigkeiten in einer Vielzahl von Situationen anzuwenden … ein Problem aus dem realen Leben, das vielleicht Fertigkeiten aus ganz verschiedenen mathematischen Gebieten benötigt, so wie der Problemlöseprozess um überhaupt von A nach B zu kommen.



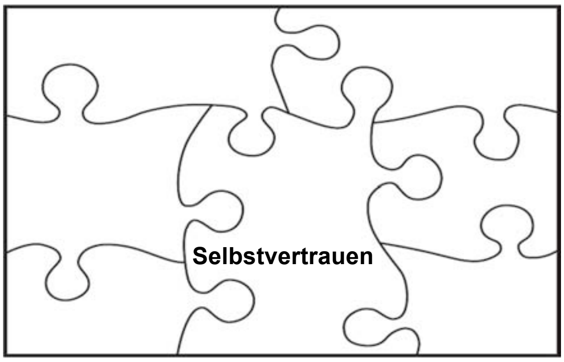
Die befragten Praktiker betonten, wie wichtig es ist, die alltagsmathematischen Fähigkeiten in der Welt ausserhalb des Kurses einsetzen zu können. „Es geht nicht darum, Kästchen anzukreuzen; es geht darum, mit den Lernenden wirklich so lange wie möglich zu arbeiten, um herauszufinden, ob man feststellen kann, dass diese Person über die Fertigkeiten verfügt." [Maria] Um ihre Lernenden beurteilen zu können, fragt sich Maria jeweils: „Wäre diese Person in der Lage, in einem Laden mit Geld umgehen zu können? Wäre sie in der Lage, ihren Weg irgendwo hin zu finden … und könnten sie sich an das Gelernte erinnern, wenn sie es brauchen?" ‚Transfer und die Anwendung von Fertigkeiten' ist das Endziel im kognitiven Bereich. Es ergänzt die Kombination von Fertigkeiten und Kenntnisse eingesetzt innerhalb des Problemlösezyklus für die Bewältigung neuer Situationen.

Ich denke, es geht mehr darum, den Prozess zu kennen, und es geht auch darum, wie man den Prozess findet oder versteht und dann, dass man in der Lage ist, die Fertigkeit anzuwenden – oder soll ich sagen, die Fertigkeit zu transferieren und in der Lage sein, sie anzuwenden oder herauszufinden, wie man sie anwendet. [Jo]

Die drei kognitiven Komponenten zusammen beschreiben, was momentan unter Alltagsmathematik verstanden wird. Aber Kommentare wie: „Wenn ich das Gefühl habe, dass sie die Fertigkeiten erworben haben, dass sie diese in einer Vielzahl von Situationen einsetzen können und dass sie das Selbstvertrauen haben … mehr zu tun." lassen erkennen, dass die *affektiven* Komponenten des Modells essentielle Begleiter der kognitiven Aspekte sind.

Affektive Aspekte der Kompetenz

Selbstvertrauen



Diese Komponente war am meisten mit allem anderen vernetzt. Das Wort „Selbstvertrauen" tauchte immer wieder bei der Beschreibung anderer Aspekte auf. Die Befragten waren sich alle bewusst, welche Auswirkungen Mathematikangst auf ihre Lernenden hat. „Selbstvertrauen ist extrem wichtig. Das muss man aufbauen und sichern bevor ein Grossteil des Lernens stattfinden kann" [Di]. Eine Zunahme des Selbstvertrauens der Lernenden wurde deshalb als unabdingbar angesehen.

> *… Selbstvertrauen ist ein wichtiger Bestandteil von Kompetenz. Manchmal kann es sein, dass das gar nichts mit Mathematik zu tun hat, einfach die Art, wie sie kommen und im Kursraum sitzen. Du kannst Selbstvertrauen in ihrer Körpersprache erkennen … Es ist auf jeden Fall ein ganz grosser Bestandteil jedes Assessments, auch wenn das nicht auf Papier festgehalten wird [Jakki].*

Erfahrene Lehrende erklären, dass sie als Zeichen für den angestrebten Wandel darauf achten, ob die Lernenden beginnen, positiver über sich selbst zu reden und ob sich die Körpersprache verändert. „Wie man Lernende beurteilt, hat viel mehr damit zu tun, wie sie eine Aufgabe anpacken, als damit, um was für eine Aufgabe es sich handelt" [Jakki]. „Sie gehen irgendwie näher heran and sie gehen irgendwie ‚hinein', wie wenn sie mit dem Stück Papier Kontakt aufnehmen würden. Hingegen, wenn sie sich nicht sicher fühlen, dann ist es auf eine Art distanziert. Irgendwie schauen sie es sich an und es ist nicht ihres" [Barb].

Jan führte während des Projekts ein Journal. Darin verfolgte sie die Entwicklung einer bestimmten Lernenden, welche während des ersten Interviews zur Bestandesaufnahme extrem wenig Selbstvertrauen zeigte. (Interessanterweise sorgt diese Lernende für zwei Kinder und arbeitete während des Kurses gleichzeitig an einer Stelle, wo sie viel Verantwortung übernehmen musste.)

29/5 Formaler Test: Dezimalzahlen

Zeigte Selbstvertrauen während des Tests, war aber beinahe als letzte fertig

30/5 Besprechung des Tests

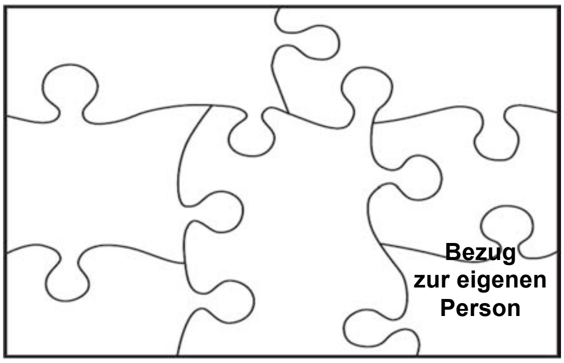
Versuchte das Gefühl auszudrücken, dass ihr das Gelernte noch nicht „gehört"

Wünscht sich, sie könnte Logik darauf anwenden, z.B. dividieren durch 0.01 heisst wie viele Hundertstel in … aber sie hat gemerkt, dass sie in der Testsituation nicht so denken kann.

Ich neige dazu Brendas Vorstellung von „das Gelernte nicht besitzen" mehr zu vertrauen als den Testresultaten. Ich spüre, dass sie Angst hat, das ihr das Gelernte über die Zeit wieder abhanden kommen könnte, das sie sich immer noch auf Prozesse (Regeln) abstützt anstatt auf ein Gefühl für Zahlen.

Der letzte Eintrag zeigt, dass die Kursleiterin bemerkt, dass sie Brenda (der Lernenden) helfen muss, ein sichereres Verständnis von Dezimalzahlen zu erwerben, bevor sie mehr Selbstvertrauen gewinnt. Nur den Test zu bestehen war für sie nicht ausreichend.

Bezug zur eigenen Person



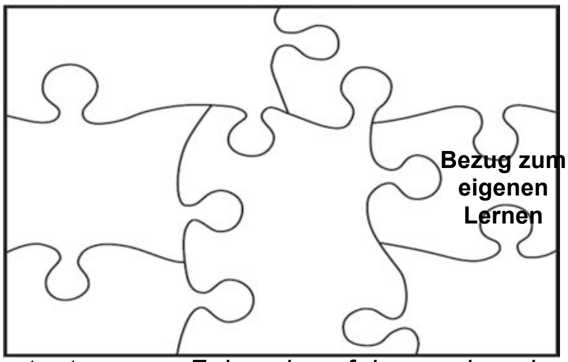
Diese Komponente scheint damit verbunden zu sein, wie die Lernenden emotional zum Lernen stehen. Sie kann verbunden sein mit der Lebensgeschichte, den Interessen und Zielen, welche die Lernenden motivieren.

> *Kompetenz ist unauflöslich mit dem verbunden, was die Lernenden erreichen wollen. Sie werden nur etwas lernen, wenn sie einen Grund dafür haben. Und ihr Grund ist mehr, als nur den Test am Schluss zu bestehen [Ruth].*

Manchmal ist es die Fähigkeit, das Gelernte nachträglich als nützlich zu erkennen - anwendbar auf das Leben ausserhalb des Kurses - welche darauf hinweist, dass echtes Lernen stattfindet: „Verbindungen herstellen zwischen dem, was draussen ist und dem was im Kurs geschieht. Sagen ‚oh das ist wie …' [Wendy].

> *Z.B. nachdem wir das Puppenhaus gemacht hatten (angewandtes Messen im Kurs) sagte einer der Lernenden, dass er seinem Bruder geholfen hat, eine Hütte zu bauen … der Bruder wusste nicht, wo er das Ende des Massbandes hinhalten musste. Wo die Null war und darum war alles immer wieder etwas daneben. ‚Ich (der Lernende) sagte ihm, dass es daher kommt, dass er von der falschen Stelle aus misst'. Etwas, das echtes Wissen war, hatte im Kurs stattgefunden [Barb].*

Bezug zum eigenen Lernen



Eine andere Komponente, die von den Praktikern immer wieder herausgestrichen wurde, war das Bewusstsein der Lernenden für die Fertigkeiten und das Kenntnisse, welche sie erworben hatten, und wie sie diese erworben hatten.

> *Die Lernenden müssen erkennen, was sie wissen und verstehen … Wenn ihnen jemand anders sagt, dass sie kompetent sind, da bin ich nicht so sicher, ob das hilft … wenn man dir sagt, du seiest kompetent genug, Fahrrad zu fahren, aber du fällst dauernd wieder um, dann weist du, dass du es nicht bist [Ruth].*

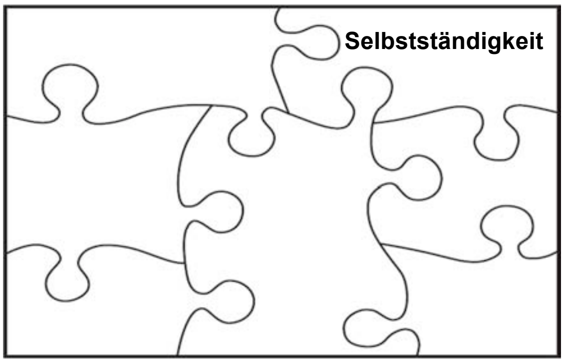
Ruth beschrieb auch die Strategien, welche sie einsetzt, um den Lernenden beim Aufbau dieses Bewusstseins zu helfen:

> *Ich ermutige die Lernenden sich ihrer eigenen Kompetenz bewusst zu sein indem ich sie darauf hinweise, wenn sie anderen Lernenden etwas erklären … manchmal sagen sie etwas, das zeigt, dass sie etwas verstanden haben, und ich hebe das hervor, indem ich sage, dass wenn sie das sagen, dass das dann heisst, dass sie verstanden haben … fähig sein, es in Worte zu fassen [Ruth].*

Maria schlägt als Strategie vor, die Lernenden beim Assessment zu beteiligen, damit sie sich ihres Lernens bewusst werden. „Das gibt es viele Diskussionen … es geht darum, dass sie mir sagen, wie sie sich fühlen und ob sie es können oder nicht, ob sie zufrieden sind, und sie kriegen auch eine Rückmeldung von mir".

Barb erklärte, wie wichtig es ist, dass die Lernenden sich ihres eigenen Lernstils bewusst sind, genauso wie dessen, was sie gelernt haben. „Auch wissen, *wie* man lernt. Darum ist mir Metakognition so wichtig.“ Sie erzählte von einer visuellen Lernerin, die erkannte, dass sie besser verstand, wenn sie Diagramme und Bilder zeichnete. Sie beschreib auch einige männlichen Lerner, die „sehr aktiv, zugreifend waren, ‚Macher' – Mechanik und ähnliches … So haben sie die Dinge begriffen.“ Ihr Lernstil wurde positiv aufgegriffen, indem konkrete Hilfen wie Blöcke und Zähler zum Einsatz gelangten. „Die wissen, dass sie es so tun müssen, von hier aus können sie dann weitermachen. Wenn die Leute einmal gesehen haben, dass es OK ist, es auf irgend eine Art zu tun, die ihnen behagt, dann, denke ich, ist das sehr wichtig für sie, um wachsen zu können“ [Barb].

Wachstum der *Selbstständigkeit* als Lernende



Diese Komponente der Kompetenz beschreibt eine zunehmende Selbstständigkeit der Lernenden. Wie Marilyn sagte: „Ihre Entwicklung von abhängig zu unabhängig ist es, die ich sehr genau anschaue“ und sie fügte hinzu, dass „sie eine gewisse Kontrolle über ihr Lernen übernehmen“ sei ihr sehr wichtig. Diese Art aktive Teilnahme am Lernen wurde häufig erwähnt. Wendy beschreibt, wie eine Lernende mehr Unabhängigkeit entwickelte: Untersuchungen aus dem Kurs nachhause mitnehmen und sie dort ausdehnen. „Sie hatte den Ansporn mehr und mehr zu tun“.

Ähnliches drücke Jakki aus:

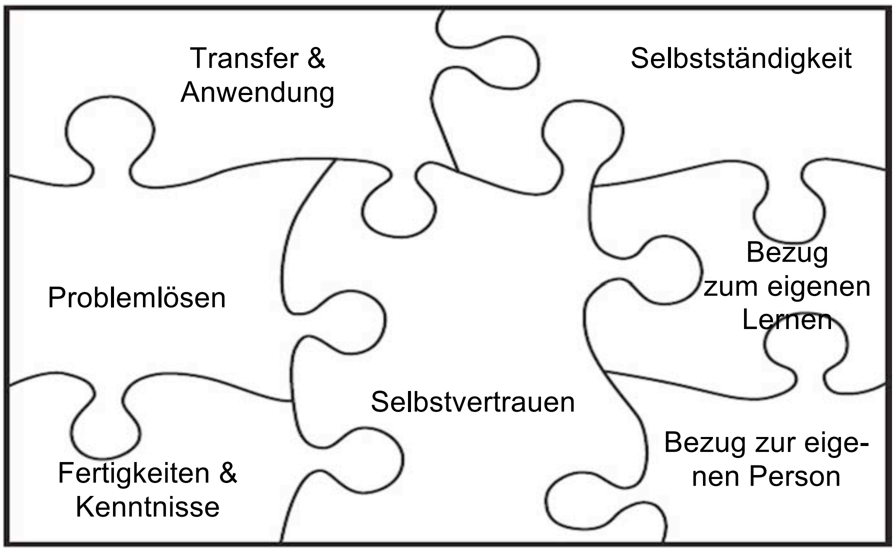
> *Ich bin sehr erfreut, wenn sie beginnen, Verantwortung für ihr Lernen zu übernehmen. Es ist wirklich gut, wenn sie zu dir kommen und sagen: ‚Ich kann das wirklich nicht gut genug. Was kann ich machen, um es besser zu können?' Sie haben das Selbstvertrauen, um dich Dinge über ihr Lernen zu fragen. Ich liebe es, wenn sie sich einbringen und ich sehe, dass sie die Kontrolle darüber übernehmen können. Sie brauchen es nicht, dass ich ihnen alles sage [Jakki].*

Die zunehmende Selbstständigkeit der Lernenden zeigt sich auch in ihrer Bereitschaft, Meinungen zu vertreten und Risiken auf sich zu nehmen. Eine neue Aufgabe mit weniger Unterstützung als bei der letzten anzupacken wurde oft als Zeichen erwähnt.

> *Es ist das Selbstvertrauen, Dinge durchzudenken ohne zu sagen, ich weiss nicht, ich muss da zu jemand anderem gehen. … Für manche dieser Leute war über so lange Zeit immer alles falsch, so dass es für sie ein echtes Risiko ist, etwas einmal auf das Papier zu bringen … irgendwie Ideen auszuprobieren. … Es ist ein Risiko, dass sie besser auf sich nehmen können, wenn sie Fortschritte machen. Es ist eine Art Selbstvertrauen eine Meinung zu haben und zu sagen, was sie denken [Barb].*

Die Fähigkeit, eine Strategie vorzuschlagen, sogar wenn diese Strategie nicht funktioniert. Sie anzuschauen, zu sagen: ‚Gut, das hat nicht funktioniert, versuchen wir etwas anderes'. Lernende, die auf ihre Zettel kritzeln, Ideen produzieren, darüber nachdenken, was sie da tun [Jakki].

Das vollständige Puzzle: Identitätswandel



Wie Eingangs dieses Kapitel erwähnt, sehen wir diese sieben Komponenten als Teile, die zusammen ein vollständiges Bild einer ganzheitlichen Kompetenz bilden: Eine Verschiebung der alltagsmathematischen „Identität“ oder des Selbstkonzepts einer Person.

Eine Verschiebung des Selbstkonzeptes oder der Identität wurde praktisch überall als zentrales Merkmal der Kompetenzentwicklung gesehen.

Wie Wendy es darstellte: „Die ganze Identität, wer du bist und wie sich diese ändert, wenn du kompetenter wirst“. Die zentrale Rolle der „Identität“, wie sie sich aus den Interviews mit den Lehrenden ergibt, deckt sich mit Aspekten von James Gees Vortrag an der Australian National Literacy Conference (Gee, 2000)[27]. Er beschrieb, dass die Vermittlung neuer „literacies“ ähnlich ist, wie wenn man jemanden dafür gewinnt, eine neue Identität anzunehmen. So gesehen sind „literacies“ (welche „numeracy“ d.h. Alltagsmathematik mit einschliessen) soziale Sprachen. Eine Person ‚übernimmt eine Identität’, wann immer sie eine soziale Sprache wechselt, wie z.B. Jugendliche den Stil ihrer Kommunikation ändern, je nachdem, ob sie mit Kollegen oder mit den Eltern sprechen. Gee verwies auf den ungeheuren Lernaufwand, den Vorschulkinder betreiben, welche die „Identität“ eines Pokemon-Experten annehmen möchten. Er bemerkte dann, dass sich das Lernen ändern könnte, wenn die Lehrenden ihre „Passion für Fertigkeiten“ in eine „Passion für Identitäten“ umwandeln würden. Er stellte diesen Zugang dem schulischen Zugang gegenüber, wo Lernen in kleine Brocken zerlegt wird: Wenn man Pokemon in der Schule unterrichten würde, so würden es auch hier die üblichen Kinder nicht verstehen.

Es scheint hier eine Verbindung zu geben zum Wunsch oder zur Fähigkeit der Lernenden, kompetent in Alltagsmathematik zu werden: Der Glaube daran, dass die „ich kann…“ - Identität erreichbar ist.

Unsere wachsende Überzeugung, dass Kompetenz aus mehr besteht, als Test-Aufgaben zu lösen, wurde im Verlaufe des Projekt bestärkt, wie folgender Auszug aus dem Journal eines Praktikers illustriert:

> *Einer der Lernenden, der auf Niveau 3 eingestuft wurde, scheint mir nicht wirklich auf Niveau 3 zu sein. Er selbst sagt, dass er Niveau 3 wirklich sehr schwierig gefunden hat. Er ist ein sehr gewissenhafter und hart arbeitender Lernender. Aber er ist ängstlich, hängt von Regeln ab, kann nicht Abschätzen und kann seine Fertigkeiten nicht transferieren.*

---

[27] Gee, J. (2000). Invited Address to the Annual Conference of the Australian Council of Adult Literacy, September 2000, Fremantle.

Dieses Beispiel illustriert für mich potentielle Probleme, wenn man „Test-Aufgaben" nutzt um Kompetenz festzustellen. Ein Lerner kann sich abrackern mit den Aufgaben und die Aufgaben lösen, die mit dem zusammenhängen, was gerade behandelt wurde, aber trotzdem kein Selbstvertrauen haben, sich Dinge nur sehr beschränkt merken können und nie ein komfortables Niveau erreichen. Für mich bedeutet das nicht Kompetenz [Penny].

Es sieht so aus, als hätte dieser Lernende es geschafft, die Assessment-Hürden seiner vorangegangen Kurse zu überspringen. Trotz allem hatte er aber offenbar noch nicht die Gelegenheit für *wiederholte Demonstration, Verständnis* und *Integration*. Punkte, die wir in unserem Modell als ausschlaggebend für den Erwerb neuen Kenntnisse und neuer Fertigkeiten identifizierten. Noch scheint er über das Selbstvertrauen und die Selbstständigkeit zu verfügen, welches notwendig wäre, um ein Wachstum seiner alltagsmathematischen „Identität" bemerken zu können.

Folgerungen für den Unterricht und das Assessment von Alltagsmathematik bei Erwachsenen

Diskussionen über die ursprüngliche Version des Models fokussierten auf die Fragen, ob die Lehrenden mit den Komponenten einverstanden waren, wie die affektiven Komponenten Assessment und Reporting beeinflussen und inwiefern das Modell Lehrende ermutigen könnte, ihr Repertoir an Assessment- und Lehrstrategien zu erweitern. Diskussionen über die Benennung und Überschneidungen der Komponenten des Modells und Schwierigkeiten, klare Linien zwischen ihnen zu ziehen, verstärkten die Vorstellung der Komplementarität und gegenseitigen Abhängigkeit der Komponenten, ja der Vorstellung von der Komplexität der Kompetenz. Wie auch immer, es bestand trotz allem grosse Übereinstimmung darin, dass Kompetenz sowohl affektive wie kognitive Gebiete umfasst und dass die Lehrenden Informationen aus beiden Gebieten beziehen, wenn sie zu einem Urteil kommen.

Es bestand auch eine starke Übereinstimmung darin, dass das Selbstvertrauen der Lernenden ein wichtiger Hinweis für das Vorhandensein von Kompetenz ist. Allerdings wurde in Frage gestellt, ob alle affektiven Komponenten sichtbar sein müssen, bevor Lernende als kompetent gelten können. Unabhängig vom relativen Gewicht der einzelnen affektiven Komponenten, unterstich die Gruppe aber, wie wichtig es ist, diese Komponenten im Modell hervorzuheben, und sie nicht einfach im Hintergrund verschwinden zu lassen.

Lehrende und die Puzzle Metapher

Bezüge zu verschiedenen Komponenten existieren, mehr oder weniger ausgeprägt, in verschieden anerkannten [Australischen] Lehrplänen. Bis zu welchem Grad sie aber aufgenommen und in der Praxis eingesetzt werden und wie dies geschieht, ist unklar. Die Lehrenden „sehen" das alle unterschiedlich – jeweils durch die Augen ihrer eigenen Erfahrung.

Um dies weiter zu verfolgen, ist es nützlich, nochmals die Metapher des „Puzzle" zu bemühen. Verschiedene Personen, welche an einem Puzzle arbeiten, wenden ihre Aufmerksamkeit verschieden Dingen zu, „sehen" Verschiedenes, abhängig von ihrer Expertise und ihren Erfahrungen. Neue Puzzle-Bearbeiter sind in Versuchung, zuerst sich nur auf das offensichtliche, das hervorstechende, das zentrale Merkmal zu konzentrieren – wie die Fertigkeiten und Wissensbestandteile der Lehrgänge.

Puzzel-Bearbeiter mit mehr Erfahrung nehmen sich Zeit, die geraden Kanten und die subtilen Farbmuster des Hintergrunds herauszusuchen, da sie wissen, dass sich solche Strategien auf die Länge ausbezahlen. Wir könnten das vergleichen mit Lehrenden in Alltagsmathematik, die zuerst ihre Aufmerksamkeit den affektiven Aspekten ihrer Lernenden zuwenden, die sich Zeit nehmen, eine Umgebung zu kreieren, wo später echtes Lernen stattfinden kann, die ihre Lernenden ermuntern, über ihren Lernstil und ähnliches nachzudenken. Die Lehrenden könnten auch auf den Problemlösezyklus fokussieren; ganze Aufgaben und nicht nur bröckchenweise Fertigkeiten.

Genau wie die guten Puzzle-Bearbeiter immer daran denken, das ganze Bild im Auge zu behalten und versuchen, sich nicht völlig im Kombinieren isolierter Merkmale zu verlieren, so alternieren ganzheitlich denkende Lehrende in Alltagsmathematik zwischen dem grossen Bild – der sich entwickelnden alltagsmathematischen Identität – und den verschieden dafür notwendigen Komponenten.

Folgerungen aus dem Modell für die Assessment-Strategien

Als das Modell der ganzheitlichen Kompetenz erstellt war, bestand der nächste Schritt darin, zu überlegen, wie das Modell die Empfehlungen für Assessment-Strategien beeinflussen würde. Wie konnten wir das Modell nutzen, um ganzheitliche Zugänge zu schaffen, welche alle Komponenten des Modells aufgreifen?

Unsere wachsende Überzeugung, dass Kompetenz aus mehr besteht, als Test-Aufgaben zu lösen, wurde im Verlaufe des Projekt bestärkt, wie folgender Auszug aus dem Journal eines Praktikers illustriert:

> *Einer der Lernenden, der auf Niveau 3 eingestuft wurde, scheint mir nicht wirklich auf Niveau 3 zu sein. Er selbst sagt, dass er Niveau 3 wirklich sehr schwierig gefunden hat. Er ist ein sehr bewusster und hart arbeitender Lernender. Aber er ist ängstlich, hängt von Regeln ab, kann nicht Abschätzen und kann seine Fertigkeiten nicht transferieren.*
>
> *Dieses Beispiel illustriert für mich potentielle Probleme, wenn man „Test-Aufgaben" nutzt um Kompetenz festzustellen. Ein Lerner kann sich abrackern mit den Aufgaben und die Aufgaben lösen, die mit dem zusammenhängen, was gerade behandelt wurde, aber trotzdem kein Selbstvertrauen haben, sich Dinge nur sehr beschränkt merken können und nie ein komfortables Niveau erreichen. Für mich bedeutet das nicht Kompetenz [Penny].*

Die Gruppe war sich einig, dass es einfach ist, viele Dinge dem Zufall zu überlassen, anstatt ihnen im Rahmen unserer Assessment-Strategien Platz einzuräumen. Z.B. werden kaum alle Lernenden spontan über ihre Gefühle gegenüber dem Lernen sprechen, ohne dass man sie dazu auffordert. Noch werden Lehrende etwas vom „Bezug zur eigenen Person" von zurückhaltenden Lernenden hören, ohne dass sie sich speziell Mühe geben, ein solches Gespräch herbeizuführen. Ähnlich dürfte es ohne geeignete Assessment-Aufgaben schwierig sein, die Fähigkeiten der Lernenden zu beobachten, mit dem Problemlösezyklus umzugehen. Die Gruppe diskutierte deshalb Strategien, welche ganzheitliche Zugänge fördern und sowohl die affektiven wie die kognitiven Komponenten der durch das Modell beschrieben Kompetenz würdigen. Es wurden Beispielaufgaben entwickelt, welche einen ganzheitlichen Zugang illustrieren, und diese wurden mit Lernenden im Verlaufe des Projekts getestet. Die gewonnen Rückmeldungen erlaubten eine weitere Verfeinerung der Ideen.

Um die Aufmerksamkeit auf die affektive Seite des Modells zu lenken, experimentierte die Gruppe mit Strategien, die es erlauben, die Gefühle der Lernenden bezüglich des Lernens von Alltagsmathematik zu erkunden und die eine grössere Selbstständigkeit der Lernenden fördern. Wir diskutierten und testeten ebenfalls Methoden, welche die Lernenden gezielt auffordern, über ihr Lernen zu berichten und es so erlauben, Einsichten in ihre Lernstrategien zu gewinnen.

Strategien bezüglich der kognitiven Komponenten des Modells wurden ebenfalls diskutiert und entwickelt. Z.B. setzte sich die Gruppe für offene Aufgaben ein. Diese erlauben es den Lernenden, auch in heterogenen Klassen ihr Kompetenzniveau zu demonstrieren. Sie ermöglichen so allen Lernenden Erfolgserlebnisse. Es wurde auch Zeit dafür eingesetzt, ausgehandelte' Assessments zu entwickeln, welche die Selbstständig fördern und es den Lernenden erlauben, alltagsmathematische Fertigkeiten in ihrem eignen Interessengebiet anzuwenden.

Der Einsatz von realen Materialien, wie etwa Artikel aus dem Supermarkt, Speisekarten und Landkarten sowohl beim Lernen wie bei Assessments wurde ebenfalls sorgfältig untersucht. Der Einsatz von Materialien aus dem realen Leben greift das informelle Wissen der Lernenden auf und erleichtert persönliche Bezüge zur Alltagsmathematik. Aufgaben im Zusammenhang mit alltäglichem Material stärkten auch den Problemlösezyklus, denn die relevante Information muss am realen Objekt gefunden werden und das Resultat der Berechnungen muss wieder auf die Realität bezogen werden.